

福建省自然科学基金

## 资助项目结题报告

项目编号: F00010

项目名称: 集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用

工作单位(章): 宁德师范高等专科学校

项目负责人: 林 寿

通讯地址: 宁德市蕉城南路: 宁德师范高等专科学校

邮政编码: 352100

联系电话: 0593-2955127, 2954127

完成时间: 2002年11月15日

二零零二年十二月二十五日

## 结题报告正文

### 摘 要

集论拓扑学是点集拓扑学与公理集合论、数理逻辑等分支相互渗透发展起来的研究方向。借助集论拓扑的新成就，本项目围绕由 J. van Mill 和 G. M. Reed 编辑的《拓扑学中尚未解决的问题》(North-Holland, 1990)中所涉及的广义度量理论及覆盖理论等有关问题进行探讨，在点可则结构、序列覆盖映射、度量化因子分解定理和闭包保持集族的结构等方面取得了丰富成果，回答了拓扑学家 Y. Tanaka 等提出的问题。

**关键词：**集论拓扑；广义度量理论；覆盖理论；映射

点集拓扑学与公理集合论、数理逻辑等分支相互渗透发展起很具活力的研究方向：集论拓扑学。集论拓扑学的新发展为解决点集拓扑学中的许多经典问题带来了生机。本项目在已取得良好工作的基础上，应用集论拓扑的新成就，围绕专著《拓扑学中尚未解决的问题》中所涉及的广义度量理论，覆盖理论以及序拓扑的有关问题，已取得一批有特色、有影响的成果。

本项目是国家自然科学基金资助项目“集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用”(编号 19971048)的配套项目。研究工作始终按项目任务书进行，预期成果是：每年在高级别刊物上发表论文 2 篇，出版著作《点可数覆盖与序列覆盖映射》。执行的结果主要反映在发表论文 8 篇，出版著作《点可数覆盖与序列覆盖映射》(18 万字)及培养硕士研究生 1 名等工作中，主要进展如下。

广义度量理论的新发展得益于度量化问题的深刻背景及解决经典问题的原动力。林寿教授的专著《点可数覆盖与序列覆盖映射》(科学出版社, 2002)综述了 20 世纪 90 年代的广义度量空间理论，着力研究点可数覆盖、点有限覆盖列、遗传闭包保持覆盖与星可数覆盖等描述的广义度量性质，介绍了作者及其合作者(如燕鹏飞教授，刘川教授，李进金教授)对于点集拓扑学家 A. Arhangel'skii, E. Michael, K. Nagami, Y. Tanaka, N. Velichko 等提出问题的解决情况。著名拓扑学家 A. Arhangel'skii 教授在该书的序言(译成中文)中写道：“这本专著结合映射的一般方法

对用覆盖或网络来定义的许多广义度量空间类进行了系统的研究，论述了作为一般拓扑学中心领域之一的空间与映射相互分类理论的现状。作者林寿教授及其合作者、同事对该理论作出了较大的贡献，得出了重要且往往相当出乎意料的结果。…

我想提一提该专著的另一令人高兴的方面。它的出现标志了一般拓扑学在中国长期发展的成功，这个发展造就了一群极具创造力的中国数学工作者，使他们做出了对一般拓扑学主流方向的闪光的重要贡献。”

在具一致结构的方面，建立了度量空间的序列覆盖的紧映射定理，将其与著名拓扑学家 A. Arhangel'skii 的 MOBI 类联系起来，回答了著名拓扑学家 Y. Tanaka 等提出的问题。在因子分解定理方面，阐述了点正则覆盖与一致结构的关系，获得了具正则  $k$  网络空间的度量化定理，推广了日本数学家 M. Sakai, K. Tamano 和 Y. Yajima 的相应结果。在闭包保持集族的结构方面，证明了具有  $\sigma$  闭包保持弱基的正则空间是遗传亚 Lindelöf 空间，由此获得了  $g$  可度量空间的一个等价刻画。

这些成果已开始被国内外刊物所引用，受到一些资深拓扑学家的好评。这为发展广义度量空间理论提供了重要依据。

林寿教授以福建师范大学为依托，组织了 2001 年福州一般拓扑学学术会议。该会议于 2001 年 8 月 13 日至 18 日在福州市和武夷山市举行，来自国内 16 所高校，1 所中学的 23 位代表参加了会议，14 位代表作了学术报告，其中姜伯驹院士作了“欧氏空间反定向同胚的不动点集”的精彩报告，林寿教授主持了学术报告会并作了“广义度量空间的覆盖性质”的大会报告。《中国数学会通讯》2001 年第 3 期报道了会议简况。

综上所述，项目达到了预期目标，在点可则结构、序列覆盖映射、度量化的因子分解定理等方面取得了丰富成果，对于点集拓扑学中最困难的  $M_1$  空间问题，MOBI 问题也获得了部分结果。这为今后进一步的研究提供了必不可少的基础性工作。

项目负责人(签章)

2002 年 11 月 15 日

单位学术委员会对项目完成质量、学术水平的评价

林寿教授主持的福建省自然科学基金资助项目“集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用”(项目编号 F00010)在国内外数学刊物发表学术论文 8 篇,在科学出版社出版 18 万字的著作《点可数覆盖与序列覆盖映射》,组织了 2001 年福州一般拓扑学学术会议并作大会报告.该项目顺利完成.

宁德师范高等专科学校  
学术委员会主任

2002 年 12 月 25 日

单位审核意见

同意学术委员会意见,该项目完成了预期的目标.

宁德师范高等专科学校  
(单位公章)

2002 年 12 月 25 日

福建省自然科学基金资助项目完成情况表(一)

项目编号	F00010	项目名称	集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用			
项目负责人	林 寿	承担单位	宁德师范高等专科学校			
完成时间	2002-11-15	参加总人数	4 人 其中高级 4 人			
人才培养	博士后(人)	0	博士(人)	0	硕士(人)	1
论 著 名 称 (标注资助号)	作 者	论文、专 著类别出 版类别	刊物名称、卷期号; 出版社、 出版时间; 会议名称、地点; 论文集出版单位	引 用	转 载	
点可数覆盖与序列覆盖映射	林 寿	专 著	科学出版社; ISBN 7-03-010305-X; 2002-8-15	1		
广义度量空间理论的若干新进展	林 寿	国内刊物	福建师大学报(自然科学版); ISSN 1000-5277; 16(4); 2000-12-28	3		
关于序列覆盖紧映射	林 寿, 燕鹏飞	国内刊物	数学学报; ISSN 0583-1413; 44(1); 2001-1-15	14		
关于 D. Burke 和 E. Michael 的一个定理	林 寿, 燕鹏飞	国内刊物	数学年刊; ISSN 1000-8314; 22(6); 2001-12-15			
关于序列覆盖 $\pi$ 映象	林 寿, 周友成, 燕鹏飞	国内刊物	数学学报; ISSN 0583-1431; 45(6); 2002-11-15	1		
$\omega M$ 空间的分解定理	严 力, 林 寿	国内刊物	福建师大学报(自然科学版); ISSN 1000-5277; 18(1); 2002-3-15			
Regular covers and metrization	林 寿	国外刊物	Bull. Pol. Acad. Sci. Math.; 50(4); 2002-12-15			
90 年代的广义度量空间理论	林 寿	国内刊物	数学进展; ISSN 1000-0917; 31(6); 2002-12-15			
弱基与覆盖性质	林 寿	国内刊物	数学进展; ISSN 1000-0917; 32(6); 2003-1-15			

福建省自然科学基金资助项目完成情况表(二)

评审(鉴定)成果名称		主要完成者		评审(鉴定)日期		成果水平
获奖成果名称		奖励名称		等级	获奖时间	主要获奖人员
专利名称		主要发明人		授权时间		类别
推广 应用 情况		咨询	生产	转让	合作	其他
	项数					
	经费					
项目升级 (项数)	国家基金	1	国家部委 办、省级		其他	
经费核算 (万元)	仪器设备		实验材料		科研业务	2.70
	协作	0.30	其他			

## 福建省自然科学基金资助项目财务决算表

单位名称(公章) 宁德师范高等专科学校

项目编号: F00010

金额单位: 元

项目名称	集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用	批准资助总金额
		30000
一、拨入经费	合计	30000
二、经费支出	合计	30000
	科研业务费	27000
	实验材料费	
	仪器设备费	
	实验改装费	
	协作费	3000
	管理费	
三、经费结余	合计	0

项目负责人  
(签章)

财务负责人  
(签章)

审计负责人  
(签章)

2002年12月25日

2002年12月25日

2002年12月25日

福建省自然科学基金资助项目  
《集论拓扑在广义度量理论和覆盖理论的应用》(F00010)  
结题报告附件材料目录

专著

1. 点可数覆盖与序列覆盖映射(林寿\*—科学出版社, 2002年8月)

期刊论文

1. 广义度量空间理论的若干新进展(林寿\*—福建师大学报(自然科学版), 16(4), 22-26, 2000)
2. 关于序列覆盖紧映射(林寿\*, 燕鹏飞—数学学报, 44(1), 175-182, 2001)
3. 关于D. Burke和E. Michael的一个定理(林寿\*, 燕鹏飞—数学年刊, 22(6), 707-714, 2001)
4. 关于序列覆盖 $\pi$ 映象(林寿\*, 周友成, 燕鹏飞—数学学报, 45(6), 1157-1164, 2002)
5.  $\omega$  M空间的分解定理(严力, 林寿\*—福建师大学报(自然科学版), 18(1), 5-7, 2002)
6. Regular covers and metrization(林寿\*—Bull. Pol. Acad. Sci. Math., 50(4), 427-432, 2002)
7. 90年代的广义度量空间理论(林寿\*—数学进展, 31(6), 503-509, 2002)
8. 弱基与覆盖性质(林寿\*—数学进展, 32(6), 2003)