

文明之路

数学史演讲录

(第二版)

林 寿 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是作者在宁德师范高等专科学校、宁德师范学院和漳州师范学院及国内部分中学、大学作数学史讲座的演讲录,先按数学史的分期及学科的发展状况分为13讲,每讲90分钟,讲述了从数学的起源到20世纪数学发展的主流思想和重要成果.它从一般公众的角度认识数学,以希望对“数学家做些什么”有所了解为出发点,阐述数学的发展历程,注重世界文明对数学发展的促进作用及数学发展对人类科技进步的影响,展现数学家丰富多彩的人生.第14讲是数学论文写作初步及部分数学史思考题、论述题.本书配有光盘,每讲均有多媒体课件,直观、生动、适用性强.

第二版对部分内容作了修正,充实了多媒体课件.

本书是福建省精品课程《数学史》的教材,可作为大学各专业“数学史”或“数学与文化”课程的参考书,也可供中学教师、数学工作者和一般的科学爱好者阅读使用.中学生、大学生、数学爱好者或科技工作者都可从中了解到所需的知识.

图书在版编目(CIP)数据

文明之路:数学史演讲录/林寿编著. —2版. —北京:科学出版社, 2012

ISBN 978-7-03-035560-7

I. ①文… II. ①林… III. ①数学史—普及读物 IV. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第217039号

责任编辑:王丽平 唐保军/责任校对:张怡君

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010年1月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012年9月第 二 版 印张:13 1/4

2012年9月第一次印刷 字数:262 000

定价:55.00元(附光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换)



目 录

引言	1
第 1 讲 数学的起源与早期发展	4
1.1 数与形概念的产生	4
1.2 河谷文明与早期数学	5
1.2.1 古代埃及的数学	5
1.2.2 古代巴比伦的数学	6
1.2.3 吠陀时代的印度数学	7
1.2.4 西汉以前的中国数学	9
提问与讨论题、思考题	10
第 2 讲 古代希腊数学	11
2.1 古典希腊时期的数学	12
2.1.1 爱奥尼亚学派 (米利都学派)	12
2.1.2 毕达哥拉斯学派	13
2.1.3 伊利亚学派	14
2.1.4 诡辩学派 (智人学派)	14
2.1.5 柏拉图学派	15
2.1.6 亚里士多德学派 (吕园学派)	15
2.2 亚历山大前期的数学	15
2.2.1 欧几里得 (约公元前 325 ~ 约前 265 年)	16
2.2.2 阿基米德 (公元前 287 ~ 前 212 年)	17
2.2.3 阿波罗尼乌斯 (约公元前 262 ~ 约前 190 年)	18
2.3 希腊数学的衰落	19

2.3.1 托勒密 (埃及, 约 90 ~ 约 165 年)	19
2.3.2 丢番图 (埃及, 3 世纪)	20
2.3.3 古希腊数学的落幕	20
提问与讨论题、思考题	21
第 3 讲 中世纪的西方数学 I	23
3.1 中算发展的第 1 次高峰: 数学体系的形成	23
3.2 中算发展的第 2 次高峰: 数学稳步发展	25
3.2.1 刘徽 (魏晋, 公元 3 世纪)	25
3.2.2 祖冲之 (南朝宋、齐, 429 ~ 500 年)	26
3.3 中算发展的第 3 次高峰: 数学全盛时期	28
3.3.1 开方术	28
3.3.2 天元术	29
3.3.3 大衍术	30
3.3.4 垛积术	31
3.3.5 招差术	31
3.3.6 四元术	32
提问与讨论题、思考题	33
第 4 讲 中世纪的西方数学 II	35
4.1 印度数学 (公元 5 ~ 12 世纪)	35
4.1.1 阿耶波多 (476 ~ 约 550 年) 第一	36
4.1.2 婆罗摩笈多 (598 ~ 约 665 年)	36
4.1.3 婆什迦罗 (1114 ~ 约 1185 年) 第二	36
4.2 阿拉伯数学 (公元 8 ~ 15 世纪)	37
4.2.1 早期阿拉伯数学 (8 世纪中叶 ~ 9 世纪)	38
4.2.2 中期阿拉伯数学 (10 ~ 12 世纪)	40
4.2.3 后期阿拉伯数学 (13 ~ 15 世纪)	40
4.3 欧洲数学 (公元 5 ~ 15 世纪)	41
4.3.1 教会统治	41
4.3.2 “黑暗时期”	42
4.3.3 科学复苏	43
提问与讨论题、思考题	45
第 5 讲 文艺复兴时期的数学	46
5.1 文明背景	46
5.1.1 文艺复兴	46
5.1.2 技术进步	47
5.1.3 地理大发现	48

5.1.4	哥白尼革命	49
5.2	文艺复兴时期的欧洲数学	50
5.2.1	代数学	50
5.2.2	三角学	52
5.2.3	射影几何	53
5.2.4	计算技术	54
5.3	15~17 世纪的中国数学	55
5.3.1	珠算	56
5.3.2	《几何原本》	57
5.3.3	《崇祯历书》	58
	提问与讨论题、思考题	59
第 6 讲	牛顿时代：解析几何与微积分的创立	61
6.1	近代科学的兴起	61
6.1.1	科学思想与方法论	62
6.1.2	天文学	62
6.1.3	经典力学	62
6.1.4	化学	62
6.1.5	生理学	63
6.2	解析几何的诞生	63
6.3	微积分的创立	65
6.3.1	孕育 (17 世纪上半叶)	65
6.3.2	牛顿 (英, 1642 ~ 1727 年)	67
6.3.3	莱布尼茨 (德, 1646 ~ 1716 年)	70
6.3.4	优先权之争	72
	提问与讨论题、思考题	72
第 7 讲	18 世纪的数学：分析时代	74
7.1	微积分的发展	74
7.1.1	泰勒 (英, 1685 ~ 1731 年)	75
7.1.2	贝克莱 (爱尔兰, 1685 ~ 1753 年)	75
7.1.3	麦克劳林 (英, 1698 ~ 1746 年)	76
7.1.4	雅格布·伯努利 (瑞士, 1654 ~ 1705 年)	77
7.1.5	约翰·伯努利 (瑞士, 1667 ~ 1748 年)	77
7.1.6	丹尼尔·伯努利 (瑞士, 1700 ~ 1782 年)	78
7.1.7	欧拉 (瑞士, 1707 ~ 1783 年)	78
7.1.8	达朗贝尔 (法, 1717 ~ 1783 年)	80
7.1.9	拉格朗日 (法, 1736 ~ 1813 年)	80

7.2	数学新分支的形成	81
7.2.1	常微分方程	81
7.2.2	偏微分方程	82
7.2.3	变分法	83
7.3	18 世纪的中国数学	84
7.3.1	梅文鼎 (清, 1633 ~ 1721 年)	84
7.3.2	明安图 (清, 1692 ~ 1764 年)	85
7.3.3	乾嘉学派	85
7.4	19 世纪的数学展望	86
	提问与讨论题、思考题	87
第 8 讲	19 世纪的代数	88
8.1	代数方程根式解	88
8.2	数系扩张	92
8.3	布尔代数	94
8.4	数论	95
	提问与讨论题、思考题	98
第 9 讲	19 世纪的几何	100
9.1	几何学的变革	100
9.1.1	微分几何	100
9.1.2	非欧几何	101
9.1.3	射影几何	104
9.1.4	埃尔朗根纲领	105
9.1.5	几何学的公理化	106
9.2	19 世纪的中国数学	106
9.2.1	李善兰 (清, 1811 ~ 1882 年)	107
9.2.2	华蘅芳 (清, 1833 ~ 1902 年)	108
	提问与讨论题、思考题	109
第 10 讲	19 世纪的分析	111
10.1	分析的严格化	111
10.1.1	分析的算术化	111
10.1.2	实数理论	113
10.1.3	集合论	113
10.2	复变函数论	115
10.3	分析的拓展	117
10.3.1	解析数论	117
10.3.2	偏微分方程	118

10.3.3 微分方程解的性质	120
提问与讨论题、思考题	123
第 11 讲 20 世纪数学：纯粹数学大发展	124
11.1 国际数学家大会	124
11.2 纯粹数学的发展	128
11.2.1 实变函数论	128
11.2.2 抽象代数	129
11.2.3 拓扑学	130
11.2.4 概率论	131
11.3 数学基础大论战	132
11.3.1 逻辑主义	132
11.3.2 直觉主义	133
11.3.3 形式主义	133
11.3.4 公理集合论	134
提问与讨论题、思考题	135
第 12 讲 20 世纪数学：数学研究新成就	137
12.1 数学研究成果 5 例	137
12.1.1 四色问题	137
12.1.2 动力系统	138
12.1.3 卢津猜想	141
12.1.4 庞加莱猜想	142
12.1.5 数论	143
12.2 数学奖	145
12.2.1 沃尔夫奖	145
12.2.2 邵逸夫奖	145
12.2.3 新千年数学奖	147
提问与讨论题、思考题	149
第 13 讲 20 世纪数学：数学中心的迁移	150
13.1 数学中心的迁移	150
13.2 20 世纪的一些数学团体	151
13.2.1 哥廷根学派	152
13.2.2 波兰数学学派	152
13.2.3 苏联数学学派	154
13.2.4 布尔巴基学派	155
13.2.5 美国数学	157
13.3 20 世纪的中国数学	158

13.3.1 中国数学会	158
13.3.2 中国科学院数学物理学部中的数学家	159
13.3.3 华罗庚、陈景润、陆家羲	160
13.3.4 群星闪烁	163
提问与讨论题、思考题	164
第 14 讲 数学论文写作初步	165
14.1 论文的撰写	166
14.1.1 文献搜集	166
14.1.2 资料整理	166
14.1.3 论文选题	167
14.1.4 拟定提纲	168
14.1.5 写作初稿	168
14.1.6 修改定稿	171
14.2 论文的发表	171
14.2.1 发表形式	171
14.2.2 发表程序	172
14.2.3 校对工作	172
14.3 科研成果的保管	173
提问与讨论题、数学史论述题	173
参考文献	176
人名索引	178
术语索引	189
邮票索引	197
后记一	200
后记二	202



引 言

1. 学习数学史对于了解数学与文化的作用

数学史研究数学概念、数学方法和数学思想的起源与发展及数学与社会、经济和一般文化的联系. 无论对于深刻认识作为科学的数学本身, 还是全面了解整个人类文明的发展都具有重要意义^[1].

庞加莱 (法, 1854 ~ 1912 年): “如果我们想要预见数学的将来, 适当的途径是研究这门科学的历史和现状.”

萨顿 (比利时-美, 1884 ~ 1956 年): “学习数学史倒不一定产生更出色的数学家, 但它产生更温雅的数学家, 学习数学史能丰富他们的思想, 抚慰他们的心灵, 并且培养他们的高雅品质.”

萨顿, 1911 年在比利时根特大学获得数学博士学位, 号称 “科学史之父” 是当之无愧的, 因为科学史在他手中终于成为一门独立的学科. 现今国际上最权威的科学史学术刊物《爱雪斯》(Isis) 杂志是萨顿于 1913 年创办的, 科学史学会很大程度上是因萨顿而成立的 (1924). 通过在哈佛大学数十年的辛勤工作, 萨顿终于完成了 (至少是象征性地完成了) 科学史学科在现代大学的建制过程. 例如, 设立科学史的博士学位 (1936)、任命科学史的教授职位 (1940) 等. 1955 年, 美国科学史学会以萨顿的名字设立了科学史最高奖 (图片¹), 并把第一枚奖章授予他本人, 说明国际科学史界对他的承认与崇敬.

数学史的分期方法很多^[1 ~ 5], 我们采用下述分法:

- (1) 数学的起源与早期发展 (公元前 6 世纪前).
- (2) 初等数学时期 (公元前 6 世纪 ~ 公元 17 世纪中叶).

¹图片指所附的光盘中有相应的图片, 下同.

(3) 近代数学时期 (17 世纪中叶 ~ 19 世纪末).

(4) 现代数学时期 (19 世纪末至今).

本演讲涉及处于数学中心区发展的主要成就, 介绍 100 多位著名数学家的工作及其重要著作, 各个历史时期中国数学的状况, 在传统的几何、代数、三角基础上发展起来的近代数学的主要成就: 解析几何与微积分学及近现代数学分支, 如射影几何、非欧几何、微分几何、复变函数论、微分方程、动力系统、变分法、实变函数论、数论、布尔代数、逻辑代数、数理逻辑、抽象代数、集合论、图论、拓扑学、概率论等. 同时, 涉及促进数学发展的相关学科, 如力学、物理学、天文学的近代发展.

数学是一种文化. 我们简要论及文明背景 (古代埃及、古代巴比伦、古代印度、古代中国、古代希腊简史)、帝国兴衰 (马其顿帝国、罗马帝国、阿拉伯帝国、拜占庭帝国、神圣罗马帝国、波旁王朝、哈布斯堡王朝、普鲁士王国、奥匈帝国)、宗教特色 (婆罗门教、印度教、犹太教、基督教、天主教、伊斯兰教、佛教)、社会变革 (百年翻译运动、十字军东征、欧洲翻译运动、文艺复兴运动、宗教改革运动、哥白尼革命、英国资产阶级革命、法国启蒙运动、法国大革命、欧洲 1848 年革命、日本明治维新) 等.

数学史家汉克尔 (德, 1839 ~ 1873 年) 形象地指出过数学和其他自然科学的显著差异: “在大多数的学科里, 一代人的建筑为下一代人所摧毁, 一个人的创造被另一个人所破坏. 唯独数学, 每一代人都在古老的大厦上添砖加瓦.”^[1]

2. 演讲工作安排

哈尔莫斯 (匈-美, 1916 ~ 2006 年): “一个公开的演讲就应该简单而且初等, 它应该不是复杂的和技术性的.”²

本演讲按数学史的分期及学科的发展, 分 13 讲, 每讲约 90 分钟. 为有助于思考题或论述题的完成, 安排数学论文写作初步供选讲 (第 14 讲).

第 1 讲: 数学的起源与早期发展.

第 2 讲: 古代希腊数学.

第 3 讲: 中世纪的东西方数学 I.

第 4 讲: 中世纪的东西方数学 II.

第 5 讲: 文艺复兴时期的数学.

第 6 讲: 牛顿时代: 解析几何与微积分的创立.

第 7 讲: 18 世纪的数学: 分析时代.

第 8 讲: 19 世纪的代数.

第 9 讲: 19 世纪的几何.

第 10 讲: 19 世纪的分析.

² J. Ewing. Paul Halmos: 他的原话. 数学译林, 2009, 28(2): 150.

- 第 11 讲: 20 世纪数学: 纯粹数学大发展.
- 第 12 讲: 20 世纪数学: 数学研究新成就.
- 第 13 讲: 20 世纪数学: 数学中心的迁移.
- 第 14 讲: 数学论文写作初步.



第 1 讲

数学的起源与早期发展

下面开始第 1 讲：数学的起源与早期发展，主要内容：数与形概念的产生、河谷文明与早期数学，包括西汉以前的中国数学。

1.1 数与形概念的产生

数学思想萌芽于漫长的历史进程中。从原始的“数” (shǔ) 到抽象的“数” (shù) 的概念的形成，是一个缓慢、渐进的过程。人类从生产活动中认识到了具体的数，导致了计数法。“屈指可数”表明人类计数最原始、最方便的工具是手指。

例如，“手指计数” (邮票：伊朗, 1966)¹、“结绳计数” (邮票：秘鲁, 1972)、“文字 5000 年” (邮票：伊拉克, 2001)、“西安半坡遗址出土的陶器残片” (距今六七千年) (图片)、“ $1 + 1 = 2$ ” (邮票：尼加拉瓜, 1971)。

“早期计数系统” (图片^[6])，如古埃及象形数字 (公元前 3400 年左右)、古巴比伦楔形数字 (公元前 2400 年左右)、中国甲骨文数字 (公元前 1600 年左右)、古希腊阿提卡数字 (公元前 500 年左右)、古印度婆罗门数字 (公元前 300 年左右)、玛雅数字 (公元 3 世纪) 等。

世界上不同年代出现了五花八门的进位制和眼花缭乱的计数符号体系，足以

¹ 邮票均指所附的光盘中有主题“手指计数”的邮票，于 1966 年由伊朗发行，下同。

证明数学起源的多元性和数学符号的多样性。

1.2 河谷文明与早期数学

介绍早期的古代埃及数学、古代巴比伦数学、古代印度数学和古代中国数学。

1.2.1 古代埃及的数学

背景：古代埃及简况。

图片“古代埃及地图”。

古希腊历史学家希罗多德(约公元前 484 ~ 前 425 年)曾说：“埃及是尼罗河的赠礼。”古代埃及人凭借尼罗河的沃土，创造了自己灿烂的文明。埃及文明上溯到距今 6000 年左右，从公元前 3500 年左右开始出现一些小国家，公元前 3100 年左右开始出现初步统一的国家。

古代埃及可以分为 5 个大的历史时期：早期王国时期(公元前 3100 ~ 前 2686 年)、古王国时期(公元前 2686 ~ 前 2181 年)、中王国时期(公元前 2133 ~ 前 1786 年)、新王国时期(公元前 1567 ~ 前 1086 年)、后期王国时期(公元前 1085 ~ 前 332 年)。

(1) 古王国时期：公元前 2686 ~ 前 2181 年。埃及第一个繁荣而伟大的时代，开始建造金字塔。

(2) 新王国时期：公元前 1567 ~ 前 1086 年。埃及进入极盛时期，建立了地跨亚、非两洲的大帝国。

直到公元前 332 年，马其顿亚历山大大帝征服埃及为止。

埃及人创造了连续 3000 多年的辉煌历史，建立了国家，有了相当发达的农业和手工业，发明了铜器，创造了文字(象形文字)，掌握了较高的天文学和几何学知识，建造了巍峨宏伟的神庙和金字塔。

例如，“吉萨金字塔”(邮票：刚果，1978)建于公元前 2600 年，它显示了埃及人极其精确的测量能力，其中它的边长和高度的比例约为圆周率的一半。古埃及留下的数学文献极少，金字塔作为现存的活文献(图片)，却给后人留下许多数学之谜。

古埃及最重要的传世数学文献是“纸草书”，来自现实生活的数学问题集^[7]。

《莱茵德纸草书》(图片)。1858 年，苏格兰收藏家莱茵德(1833 ~ 1863 年)购得，现藏伦敦大英博物馆，主体部分由 85 个数学问题组成，其中还有历史上第一个尝试“化圆为方”的公式。

《莫斯科纸草书》(图片)。1893 年，俄国贵族戈列尼雪夫(1856 ~ 1947 年)购得，现藏莫斯科普希金精细艺术博物馆，包含了 25 个数学问题。

《埃及纸草书》(邮票：民主德国，1981)。

数学贡献：记数制，基本的算术运算，分数运算，一次方程，正方形、矩形、等腰梯形等图形的面积公式，近似的圆面积，锥体体积等。其中，正四棱台体积计算公式，用现在的符号表示是 $V = h(a^2 + ab + b^2)/3$ ，这是埃及几何中最为出色的成就之一^[8]。

《莱茵德纸草书》的第 56 题：金字塔的计算方法。“360 为底，250 为高。请让我知道它的倾角。”

公元前 4 世纪，希腊人征服埃及以后，这一古老的数学完全被蒸蒸日上的希腊数学所取代。

1.2.2 古代巴比伦的数学

背景：古代巴比伦简况。

图片“古代巴比伦地图”。

两河流域（美索不达米亚，希腊文的含意是河流之间）文明上溯到距今 6000 年之前²，几乎和埃及人同时发明了文字——“楔形文字”。

(1) 古巴比伦王国：公元前 1894 ~ 前 729 年。汉谟拉比（公元前 1792 ~ 前 1750 年在位）统一了两河流域，建成了一个强盛的中央集权帝国，颁布了著名的《汉谟拉比法典》（图片）。

(2) 亚述帝国：公元前 8 世纪 ~ 前 612 年，建都尼尼微（今伊拉克的摩苏尔市）。

(3) 新巴比伦王国：公元前 612 ~ 前 538 年。尼布甲尼撒二世（公元前 604 ~ 前 562 年在位）统治时期达到极盛，先后两次攻陷耶路撒冷，建成世界古代七大奇观之一的巴比伦“空中花园”³。

公元前 6 世纪中叶，波斯国家逐渐兴起，并于公元前 538 年灭亡了新巴比伦王国。

古代美索不达米亚文明的主要传世文献是“泥版”^[1]。迄今已有约 50 万块泥版出土，如“巴比伦泥板和彗星”（邮票：不丹，1986）。

现存泥版文书中，有 300 多块是数学文献（邮票“苏美尔计数泥版”：文达，1982）。它们是以六十进制为主的楔形文记数系统，表明古巴比伦人长于计算，已知勾股数组，发展程序化算法的熟练技巧（开方根），能处理 3 项 2 次方程，有 3 次方程的例子，三角形、梯形的面积公式，棱柱、方锥的体积公式。此外，把圆周分成 360 等份，也是古巴比伦人的贡献。

“泥版楔形文”、“普林顿 322 号”（图片）。现存美国哥伦比亚大学图书馆，年代在公元前 1600 年以前。1945 年，考古学家成功解释了此数学泥版，数论意义为整

²“巴比伦文明”的名称并不确切，只是一种习惯的说法，因为巴比伦城最初不是，后来也不总是两河流域文化的中心。

³世界古代七大奇观指埃及胡夫金字塔、巴比伦空中花园、阿尔忒弥斯神庙、摩索拉斯基陵墓、奥林匹宙斯神像、亚历山大灯塔、罗德岛太阳神巨像。记录者古希腊哲学家费隆·拜占廷说过：“心眼所见，永难磨灭。”

勾股数^[7].

1.2.3 吠陀时代的印度数学

背景：古代印度简况.

图片“印度地图”.

古代印度位于亚洲南部次大陆, 包括今天印度河与恒河流域的印度、巴基斯坦、孟加拉、尼泊尔、斯里兰卡、不丹、锡金等国. 印度古文明的历史可追溯到公元前 3000 年左右. 雅利安人(梵文: 高贵的、土地所有者) 大约在公元前 20 世纪中叶出现在印度西北部, 逐渐向南扩张, 征服了土著居民达罗毗荼人, 影响逐渐扩散到整个印度. 在到达以后的第一个千年里, 雅利安人建立了吠陀(梵文: 知识、光明) 教, 创造了梵文, 在印度创立了更为持久的文明. 古代印度的文化便是根植于吠陀教和梵语之上.

史前时期: 公元前 2300 年前. 公元前 2500 年前后, 先民开始使用文字.

哈拉帕文化(1922 年印度哈拉帕地区发掘发现): 公元前 2300 ~ 前 1750 年. 印度河流域出现早期国家. 哈拉帕文化的分布中心在印度河流域, 故又称印度河文明.

吠陀时代: 公元前 1500 ~ 前 600 年. 印度文明的中心渐次由西向东推进到恒河流域, 后雅利安人侵入印度并形成国家, 婆罗门教产生.

列国时代: 公元前 6 ~ 前 4 世纪. 摩揭陀国在恒河流域中部称霸, 开始走上统一北印度的道路, 佛教产生.

帝国时代: 公元前 4 ~ 公元 4 世纪, 从孔雀王朝(公元前 324 ~ 前 187 年) 到贵霜帝国(公元 45 ~ 375 年).

印度历史上曾出现过多个强盛的王朝, 如孔雀王朝、笈多王朝(公元 320 ~ 540 年). 但总体而言, 整个古代和中世纪, 富庶的南亚次大陆几乎不断地处于外族的侵扰之下, 所以古代印度文化不可避免地呈现出多元复杂的背景, 最显著的特色是其宗教性.

印度的宗教主要是婆罗门教、印度教. 梵天是婆罗门教、印度教的创造神(图片).

婆罗门教是印度古代宗教之一, 起源于公元前 20 世纪的吠陀教, 形成于公元前 7 世纪. 公元前 6 ~ 公元 4 世纪是婆罗门教的鼎盛时期. 公元 4 世纪以后, 由于佛教和耆那(梵文: 胜利者、征服者) 教的发展, 婆罗门教开始衰弱. 公元 8、9 世纪, 婆罗门教吸收了佛教和耆那教的一些教义, 结合印度民间的信仰, 经商羯罗(788 ~ 820 年) 改革, 逐渐发展成为印度教.

印度教与婆罗门教没有本质上的区别, 其教义基本相同, 都信奉梵天、毗湿奴、湿婆三大神, 主张善恶有报、人生轮回. 轮回的形态取决于现世的行为, 只有达到“梵我同一”方可获得解脱, 修成正果.

在这样复杂的历史与宗教条件下,古印度科学的发展在各个时期不同程度地受到抑制,但自古以来数学却始终受到重视.

早期印度数学分为达罗毗荼人时期或河谷文化时期(约公元前 3000 ~ 前 1400 年)和吠陀时期(约公元前 10 ~ 前 3 世纪)^[1].

“《吠陀》手稿”(邮票:毛里求斯,1980).

《吠陀》是印度雅利安人的作品,成书于公元前 15 ~ 前 5 世纪,历时 1000 年左右,是婆罗门教的经典.《吠陀》最初由祭司口头传诵,后来记录在棕榈叶或树皮上.虽然大部分已经失传,但幸运的是,残留的《吠陀》中也有论及庙宇、祭坛的设计与测量的部分——《测绳的法规》,即《绳法经》(公元前 8 ~ 前 2 世纪).这是印度最早的数学文献,包含几何、代数知识,如毕达哥拉斯定理,给出 $\sqrt{2}$ 相当精确的值,圆周率的近似值等.

《绳法经》中记载了^[1]

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 34} \approx 1.414215686,$$

精确到小数点后 5 位,

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{8} + \frac{1}{8 \times 29} - \frac{1}{8 \times 29 \times 6} + \frac{1}{8 \times 29 \times 6 \times 8} \right)^2 \approx 3.0883.$$

佛教是古印度的迦毗罗卫国(今尼泊尔境内)王子乔达摩·悉达多(公元前 565 ~ 前 486 年)所创.因其父为释迦族,得道后被尊称为释迦牟尼,即“释迦族的圣人”,门徒称他为佛.

阿育王(约公元前 268 ~ 前 232 年在位)被认为是印度历史上最伟大的君主,印度第一个信奉佛教的君主,毕生致力于佛教的宣扬和传播,是释迦牟尼之后使佛教成为世界性宗教的第一人(邮票“阿育王狮形柱头”:印度,1947).

“阿育王石柱”(邮票:尼泊尔,1996)记录了现在阿拉伯数码的最早形态.

公元前 2 世纪至公元 3 世纪的印度数学,可参考的资料主要是 1881 年发现的书写在白桦树皮上的“巴克沙利手稿”(图片)⁴,其数学内容十分丰富,涉及分数、平方根、数列、收支与利润计算、比例算法、级数求和、代数方程等,出现了完整的十进制数码,其中用“●”(点)表示 0,后来逐渐演变为现在通用的“0”.这一过程迟于公元 9 世纪完成,因为在公元 876 年,人们在印度的瓜廖尔(位处恒河平原至温德亚山区天然走廊中,今印度中央邦西北部城市)发现了一块刻有“270”数字的石碑(图片).“0”的出现是印度数学的一大发明⁵.

⁴巴克沙利当时和古代大部分时间属于印度,位于今天巴基斯坦西北部距离白沙瓦约 80 公里处的一座村庄.

⁵零号的真正来源至今仍是数学史上的待解之谜.事实上,瓜廖尔石碑并不是载有圆圈零号的最早文物.在柬埔寨境内已发现有公元 683 年的石碑,其上的纪年数字(605)已使用了圆圈零号^[1].

1.2.4 西汉以前的中国数学

中华文化的发展, 波澜壮阔, 几千年绵延不断. 黄河的沃土造就了华夏文化, 数学是华夏文明的重要组成部分.

“黄河壶口瀑布” (邮票: 中, 2002).

《史记·夏本纪》(图片)中提到, 大禹治水(公元前21世纪)时“左规矩, 右准绳”, 表明使用了规、矩、准、绳等作图和测量工具, 而且知道“勾三股四弦五”.

尽管夏、商、周三代没有任何数学著作流传, 但考古学的成就, 说明了中国数学的起源与早期发展.

1952年在陕西省西安半坡村出土的, 距今六七千年的陶器上刻画的符号中, 有一些就是表示数字的符号. 在河南省安阳殷墟出土的商代甲骨文中, 有一些是记录数字的文字, 表明古代中国已经使用了完整的十进制计数, 包括从一至十, 以及百、千、万, 最大的数字为三万.

“殷墟甲骨上的数字”(商代, 公元前1400~前1100年)(图片, 1983~1984年间河南安阳出土).

算筹是中国古代的计算工具, 它的起源大约可上溯到公元前5世纪, 后来写在纸上便成为筹算计数法⁶. 从春秋末期起一直到元末, 中国数学的主要计算工具是算筹. 至迟到春秋战国时代, 就开始出现严格的十进位制筹算计数(约公元前300年)^[9]. 怎样用算筹计数呢? 公元400年前后成书的《孙子算经》记载: “凡算法, 先识其位, 一纵十横, 百立千僵, 千十相望, 万百相当.”

“算筹”(图片, 1971年陕西千阳县西汉墓出土).

中国传统数学的最大特点是建立在筹算基础之上⁷. 这是中国传统数学对人类文明的特殊贡献, 与西方及印度、阿拉伯数学是明显不同的.

我国是世界上首先发现和认识负数的国家^[10]. 战国时李悝(约公元前455~前395年)曾任魏文侯相, 在我国第一部比较完整的法典《法经》(现已失传)中已应用了负数, “衣五人终岁用千五百不足四百五十”, 意思是说, 5个人一年开支1500钱, 差450钱. 甘肃居延海附近(今甘肃省张掖市管领)发现的汉简中有“负四算(suàn, 筹码, 同算), 得七算, 相除得三算”的句子.

在2002年中国考古发现报告会上, 介绍了继秦始皇陵兵马俑坑之后秦代考古的又一重大发现: 湖南龙山里耶战国-秦汉时期城址及秦代简牍(图片). 2002年7月, 考古人员在湖南龙山里耶战国-秦汉古城出土了36000余枚秦简(图片), 记录的是秦始皇二十六年至三十七年(公元前221~前210年)的秦朝历史, 其中有一份完整的“九九乘法口诀表”(图片): 自“九九八十一”始, 到“二二四”止. 在《管子》、《荀子》、《战国策》等先秦典籍中, 都提到过“九九”, 但这是所发现的实物

⁶“运筹帷幄, 决胜千里”出自《史记·高祖本纪》, 这里的筹指算筹.

⁷为了避免涂改, 在唐代以后, 我国创用了一种商业大写数字, 又叫会计体: 壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、仟、万.

中年代最早的,同时也是我国有文字记录最早的乘法口诀表.直到南宋(1127~1279年)时期才改为现在形式的“九九表”.

宋朝理学家邵康节(1011~1077年,中国占卜界的主要代表人物)写了一首数字诗,描绘像花园一样美丽的地方,一幅朴实自然的乡村风俗画,宛如一幅淡雅的水墨画(图片):

一去二三里,烟村四五家.
亭台六七座,八九十枝花.

提问与讨论题、思考题

- 1.1 数学是什么?
- 1.2 数学史的分期.
- 1.3 简述古埃及最重要的传世数学文献.
- 1.4 古埃及“金字塔”的数学之谜.
- 1.5 简述古巴比伦最重要的传世数学文献.
- 1.6 简述古印度吠陀时期最重要的传世数学文献.
- 1.7 简述早期数学时期古代中国对人类数学的一些重要贡献.
- 1.8 从数学的起源简述人类活动对文化发展的贡献.
- 1.9 数字崇拜与数字忌讳.
- 1.10 数的概念的发展给我们的启示.
- 1.11 谈谈您的理解:数学是什么?
- 1.12 您对“数学史演讲”的一些期望.



第2讲

古代希腊数学

主要内容：论证数学的发端、亚历山大学派、古希腊数学的衰落，简述 11 位哲学家或科学家的数学工作。

恩格斯 (德, 1820 ~ 1895 年): “没有希腊的文化和罗马帝国所奠定的基础, 也就没有现代的欧洲。”¹

外尔 (德, 1885 ~ 1955 年): “如果不知道远溯古希腊各代前辈所建立和发展的概念、方法和结果, 我们就不可能理解近 50 年来数学的目标, 也不可能理解它的成就。”²

背景：古希腊的变迁。

图片 “古希腊地图”。

古希腊的历史分为希腊时期和希腊化时期。

希腊时期 (公元前 11 世纪 ~ 前 4 世纪末)。

公元前 11 世纪 ~ 前 6 世纪, 其中公元前 11 世纪 ~ 前 9 世纪希腊各部落进入爱琴地区, 公元前 9 世纪 ~ 前 6 世纪希腊各城邦先后形成。公元前 776 年, 召开了第 1 次奥林匹克运动会, 标志着古希腊文明进入了兴盛时期。希波战争 (公元前 499 ~ 前 449 年) 以后, 雅典成为希腊的霸主。

¹《马克思恩格斯选集》第 3 卷, 人民出版社, 1972 年, 220 页。

²H. Weyl. A half-century of mathematics. Amer. Math. Monthly, 1951, 58(8): 523 ~ 553.

公元前 6 世纪 ~ 前 4 世纪末. 伯罗奔尼撒战争 (公元前 431 ~ 前 404 年), 不久希腊各城邦陷入混战之中.

马其顿帝国: 公元前 6 世纪 ~ 前 323 年. 马其顿位于希腊的北部, 处于希腊文明的边缘. 公元前 4 世纪起, 马其顿逐渐成为希腊北部的重要国家. 正当希腊的各城邦经历将近 100 年的内战而精疲力竭时, 马其顿的菲利普二世 (公元前 359 ~ 前 336 年在位) 把整个希腊统一于其统治之下. 公元前 337 年, 希腊各城邦承认马其顿的霸主地位. 公元前 334 年, 亚历山大 (公元前 336 ~ 前 323 年在位) 率大军渡海东征, 拉开了征服世界的序幕. 亚历山大先后从波斯人手中夺取了叙利亚和埃及, 攻下巴比伦, 波斯帝国灭亡. 公元前 323 年, 亚历山大病死, 庞大的帝国随之分裂, 古希腊历史结束. 但在帝国扩张的过程中将希腊文化传播至东方, 史称希腊化时期或泛希腊时期 (公元前 4 世纪末 ~ 前 30 年).

古典希腊结束后的希腊数学称为亚历山大时期的数学.

亚历山大前期: 公元前 4 世纪末 ~ 前 30 年. 公元前 48 ~ 前 30 年, 罗马人侵占埃及, 埃及托勒密王朝末代女王克利奥帕特拉七世 (即通常所说的“埃及艳后”, 公元前 70/69 ~ 前 30 年) 自杀身亡.

亚历山大后期: 公元前 30 ~ 公元 640 年. 公元 640 年, 阿拉伯人焚毁亚历山大城藏书.

罗马帝国: 公元前 27 ~ 公元 395 年. 公元 330 年, 君士坦丁大帝 (306 ~ 337 年在位) 迁都拜占庭 (现土耳其伊斯坦布尔). 公元 395 年, 罗马帝国分裂. 西罗马帝国: 公元 395 ~ 476 年, 被日尔曼人所灭. 东罗马帝国: 公元 395 ~ 1453 年. 610 年改称拜占庭帝国, 后被奥斯曼土耳其人所灭.

本讲分 3 节介绍: 古典希腊时期的数学、亚历山大前期的数学、希腊数学的衰落.

2.1 古典希腊时期的数学

公元前 600 ~ 前 300 年.

2.1.1 爱奥尼亚学派 (米利都学派)

泰勒斯 (约公元前 625 ~ 约前 547 年) (图片), 生于爱奥尼亚的米利都城, 早年经商, 游历过埃及、巴比伦, 被称为“希腊哲学、科学之父” (邮票: 希腊, 1994).

哲学思想: 万物源于水, 即“水生万物, 万物复归于水”. 其思想的影响是巨大的, 在他的带动下, 人们开始摆脱神的束缚, 去探索宇宙的奥秘, 经过数百年的努力, 出现了希腊科学的繁荣. 泰勒斯首创之功, 不可磨灭.

数学贡献: 泰勒斯开创数学命题之逻辑证明, 他是希腊几何学的鼻祖, 是最早留名于世的数学家. 他证明了一些几何命题, 如“圆的直径将圆分为两个相等的部

分”，“等腰三角形两底角相等”，“两相交直线形成的对顶角相等”，“如果一个三角形有两角、一边分别与另一个三角形的对应角、边相等，那么这两个三角形全等”，“半圆上的圆周角是直角”（泰勒斯定理），测量过金字塔的高度，预报了公元前 585 年的一次日食（图片）。

泰勒斯墓碑：“他是一位圣贤，又是一位天文学家，在日月星辰的王国里，他顶天立地、万古流芳。”

2.1.2 毕达哥拉斯学派

毕达哥拉斯（约公元前 560 ~ 约前 480 年）（邮票：圣马力诺，1983），古典希腊时期最著名的数学家，生于小亚细亚的萨摩斯岛，曾师从爱奥尼亚学派，年轻时曾游历埃及和巴比伦，在克罗托内（今意大利半岛南端）建立了具有宗教、哲学、科学性质的学派，致力于哲学和数学的研究。毕达哥拉斯学派繁荣兴旺达一个世纪以上。毕达哥拉斯与中国的孔子（公元前 551 ~ 前 479 年）同时。

哲学（φιλοσοφία，智力爱好）思想：万物皆为数。没有数人们既不可能表达、也不可能理解任何事物，宣称宇宙万物的主宰者用数来统御宇宙，试图通过揭示数的奥秘来探索宇宙永恒的真理。

数学贡献：数学研究抽象概念的认识归功于毕达哥拉斯学派。该学派创造了词“μαθηματικά”（可学到的知识），证明了（图片）“毕达哥拉斯定理”（邮票：希腊，1955）³，对自然数的性质给予极大关注，如完全数（等于除它本身以外的全部因子之和，如 6, 28, 496, ...）、亲和数（一对数，其中每一个数除它本身以外的所有因子之和是另一个数，如 220 与 284），正五角星作图（图片）与“黄金分割”（正五角星是该学派的标志，正五角星相邻两个顶点的距离与其边长之比，或简单说正五边形边长与其对角线之比，正好是黄金比）⁴，发现了“不可公度量”（现称为无理数），困惑古希腊的数学家，出现的逻辑困难史称“第 1 次数学危机”。

毕达哥拉斯学派在政治上倾向于贵族制，在希腊民主力量高涨时期受到冲击并逐渐解体。希波战争（公元前 499 ~ 前 449 年）以后，雅典成为希腊民主政治与经济文化的中心，希腊数学也随之走向繁荣，可谓哲学盛行、学派林立、名家百出。

雅典古卫城最宏伟、最精美、最著名的建筑是为敬奉城市庇护女神雅典娜建造的“帕提农神庙”（也称“巴台农神庙”，建造于公元前 447 ~ 前 432 年）（图片；邮票：中，2004），其中应用了一些数学原理。

雅典时期：开创演绎数学。

图片“掷铁饼者”（米隆，约公元前 450 年）。

³古埃及人、古巴比伦人、古代印度人和中国人早已知道这个定理的特殊情况，不过只有古希腊人最早以一般的形式给予证明。

⁴“黄金分割”这一术语在毕达哥拉斯学派之后两千多年才启用，它首先出现在德国数学家欧姆（1792 ~ 1872 年）的著作《纯粹初等数学》（第 2 版，1835）中。

2.1.3 伊利亚学派

芝诺 (约公元前 490 ~ 约前 425 年) (图片), 生于意大利南部半岛的伊利亚城邦, 是毕达哥拉斯学派成员的学生.

芝诺悖论 1: 两分法, 即运动不存在. 事物在达到目的地之前必须先抵达一半处, 即不可能在有限的时间内通过无限多个点, 所以, 如果它启动了, 它永远到不了终点, 或者, 它根本启动不了.

芝诺悖论 2: 阿基里斯追不上乌龟 (图片). 阿基里斯是荷马史诗《伊利亚特》中的希腊名将, 善跑. 若乌龟的起跑点领先一段距离, 阿基里斯必须首先跑到乌龟的出发点, 而在这段时间里乌龟又向前爬过一段距离, 如此直至无穷.

芝诺悖论 3: 飞矢不动 (图片). 飞着的箭是静止的, 因为它在每一个瞬间都占有一个特定位置, 在此位置它是不动的, 无限不动瞬间总和还是不动.

芝诺的功绩在于把动和静的关系、无限和有限的关系、连续和离散的关系以非数学的形态提出, 并进行了辩证的考察.

2.1.4 诡辩学派 (智人学派)

诡辩学派活跃于公元前 5 世纪下半叶的雅典城, 代表人物均以雄辩著称. 诡辩的希腊原词含智慧之意, 故也称“智人学派”. 该学派的著名之作是深入研究了尺规作图的三大问题 (图片)^[7]: 三等分角 (三等分任意角)、化圆为方 (作一正方形其面积为已知圆的面积)、倍立方体 (作一立方体其体积为已知立方体体积的 2 倍). 一些问题起因于祭坛的设计与建造.

安蒂丰 (约公元前 480 ~ 前 411 年) 是智人学派的代表人物, 其生平至今没有确切的定论, 只知他在雅典从事学术活动, 在数学方面的突出成就是用“穷竭法”讨论化圆为方问题 (图片). 他从一个圆内接正方形出发, 将边数逐步加倍到正 8 边形、正 16 边形……持续重复这一过程, 随着圆面积的逐渐穷竭, 将得到一个边长极微小的圆内接正多边形. 安蒂丰认为这个内接正多边形将与圆重合. 既然通常能够作出一个等于任何已知多边形的正方形, 那么就能作出等于一个圆的正方形. 这种推理当然没有真正解决化圆为方问题, 但安蒂丰却因此成为古希腊“穷竭法”的始祖, 孕育着近代极限论的思想.

希腊人对三大作图问题的所有解答都无法严格遵守尺规作图的限制. 这三大作图问题的提出, 讨论了 2000 多年, 其魅力经久不衰, 耗费了许多数学家的聪明才智, 甚至是毕生的精力. 直到 19 世纪, 数学家们才弄清了这三大问题实际上是不可解的. 1837 年, 旺策尔 (法, 1814 ~ 1848 年) 给出三等分角和倍立方体问题都是尺规作图不可能问题的证明. 1882 年, 林德曼 (德, 1852 ~ 1939 年) (图片) 证明了数 π 的超越性, 确立了尺规化圆为方的不可能性.

2.1.5 柏拉图学派

柏拉图(公元前 427 ~ 前 347 年)(邮票: 希腊, 1998), 生于雅典的显贵世家, 曾师从毕达哥拉斯学派, 是哲学家苏格拉底(公元前 469 ~ 前 399 年)的学生. 作为一名哲学家, 柏拉图对于欧洲的哲学乃至整个文化的发展, 有着深远的影响, 特别是他的认识论、数学哲学和数学教育思想. 在古代希腊社会条件下, 对于科学的形成和数学的发展, 柏拉图起了不可磨灭的推进作用. 代表作是《理想国》.

柏拉图说: “上帝按几何原理行事”(图片), 认为打开宇宙之谜的钥匙是数与几何图形, 发展了用演绎逻辑方法系统整理零散数学知识的思想. 后人将分析法和归谬法的使用归功于柏拉图.

柏拉图不是数学家, 却赢得了“数学家的缔造者”的美称, 公元前 387 年以万贯家财在雅典创办学院(图片), 在其门前写道“不懂几何者免进”, 讲授哲学与数学. 该学院直到 529 年东罗马皇帝查士丁尼(527 ~ 565 年在位)下令关闭所有的希腊学校才告终.

“雅典学院”(图片). 意大利文艺复兴三杰之一拉斐尔·桑蒂(1483 ~ 1520 年)的壁画, 创作于 1509 ~ 1510 年.

2.1.6 亚里士多德学派(吕园学派)

亚里士多德(公元前 384 ~ 前 322 年)(邮票: 乌拉圭, 1996) 是古希腊最著名的哲学家、科学家.

亚里士多德(邮票: 希腊, 1978), 生于马其顿的斯塔吉拉镇, 是柏拉图的学生, 公元前 335 年建立了自己的学派, 讲学于雅典的吕园, 所以亚里士多德学派又称“吕园学派”(邮票“柏拉图与亚里士多德”: 希腊, 1978). 相传亚里士多德做过亚历山大皇帝的老师. 名言: “吾爱吾师, 吾尤爱真理.”

亚里士多德集古希腊哲学之大成, 将其推向最高峰, 将前人使用的数学推理、规律规范化和系统化, 创立了独立的逻辑学, 堪称“逻辑学之父”, 努力把形式逻辑的方法运用于数学的推理上, 为欧几里得演绎几何体系的形成奠定了方法论的基础. “矛盾律”(一个命题不能同时是真的又是假的)、“排中律”(一个命题或是真的, 或是假的, 二者必居其一)已成为数学中间接证明的核心.

亚里士多德最先提出“地心说”的思想^[11]. 至 12 世纪末, 亚里士多德作品的主要部分都已被译成拉丁文. 中世纪最著名的神学家和经院哲学家托马斯·阿奎那(意, 1225 ~ 1274 年)对亚里士多德哲学稍加修改用来适应基督教教义, 试图从哲学上以理性的名义来论证上帝的存在.

2.2 亚历山大前期的数学

亚历山大时期的数学(公元前 300 ~ 公元 640 年).

图片“亚历山大大帝的帝国”、“亚历山大帝国版图”、“亚历山大帝国解体”。

亚历山大去世后, 帝国一分为三: 安提柯王朝 (马其顿)、托勒密王朝 (埃及)、塞琉古王朝 (叙利亚)。

“亚历山大灯塔” (邮票: 匈, 1980). 亚历山大城是由亚历山大大帝于公元前 331 年下令建造的, 它现在是埃及最大的海港城市. 邮票中的主图是世界古代七大奇观之一的亚历山大 (法罗斯) 灯塔 (图片), 建于托勒密王朝鼎盛时期的公元前 285 ~ 前 247 年, 灯塔高达 117 米. 1375 年的一次猛烈地震, 灯塔全毁, 法罗斯岛连同附近海岸地区慢慢沉入海底, 千古奇观从此烟消云散⁵.

托勒密一世 (托勒密·索特尔, 公元前 305 ~ 前 283 年在位) 统治下的希腊埃及, 定都亚历山大城, 于公元前 300 年左右, 开始兴建亚历山大艺术博物馆和图书馆 (图片), 提倡学术, 罗致人才. 希腊数学进入了亚历山大前期: 公元前 300 ~ 前 30 年——希腊数学黄金时代. 先后出现了欧几里得、阿基米德和阿波罗尼乌斯三大数学家, 他们的成就标志了古典希腊数学的巅峰.

2.2.1 欧几里得 (约公元前 325 ~ 约前 265 年)

欧几里得 (邮票: 马尔代夫, 1988), 早年学习于雅典, 公元前 300 年应托勒密一世之请来到亚历山大, 成为亚历山大学派的奠基人. 欧几里得通过逻辑方法运用几何知识建成一座巍峨的大厦——《原本》⁶, 被后人奉为演绎推理的圣经, 他的公理化思想和方法历经沧桑而流传千古, 成为后人难以跨越的高峰.

《原本》(Στοιχεῖα, 学科中具有广泛应用的最重要的定理) (图片: 埃及古城奥斯特卡斯发现, 约公元 75 ~ 125 年的埃及纸草书; 邮票“欧几里得及其学生”: 塞拉利昂, 1983; 梵蒂冈, 1986) 13 卷:

第 1 卷: 直边形, 全等、平行公理、毕达哥拉斯定理⁷、初等作图法等.

第 2 卷: 几何方法解代数问题, 求面积、体积等.

第 3、4 卷: 圆、弦、切线、圆的内接、外切.

第 5、6 卷: 比例论与相似形.

第 7 ~ 9 卷: 数论.

第 10 卷: 不可公度量的分类.

第 11 ~ 13 卷: 立体几何、穷竭法.

《原本》采用了亚里士多德对公理、公设的区分, 由 5 条公理、5 条公设、119 条定义和 465 条命题组成, 构成了历史上第一个数学公理体系 (图片).

5 条公理: (1) 等于同量的量彼此相等; (2) 等量加等量, 和相等; (3) 等量减等量, 差相等; (4) 彼此重合的图形是全等的; (5) 整体大于部分.

⁵1978 ~ 1979 年, 美国和埃及的考古专家历经艰辛, 从亚历山大城城东海港的水下找到灯塔的遗骸, 经过大规模的清淤、发掘, 渐露端倪, 证明历史上记载的亚历山大灯塔绝无夸大不实之词.

⁶欧几里得还有《光学》等著作传世.

⁷世界上流传至今最早、最完整、最严格的毕达哥拉斯定理的证明.

5 条公设: (1) 假定从任意一点到任意一点可作一直线; (2) 一条有限直线可不断延长; (3) 以任意中心和直径可以画圆; (4) 凡直角都彼此相等; (5) 若一直线落在两直线上所构成的同旁内角和小于两直角, 那么把两直线无限延长, 它们都在同旁内角和小于两直角的一侧相交 (第五公设、平行公设).

柏拉图学派成员门奈赫莫斯 (约公元前 380 ~ 约前 320 年) 名言: “几何无王者之路”, 后推广为: “求知无坦途”.

《原本》是数学史上第一座理论丰碑, 确立了数学的演绎范式. 正如著名哲学与数学家罗素 (英, 1872 ~ 1970 年) 在他的名著《西方哲学史》(1945) 中所说: “欧几里得的《原本》毫无疑问是古往今来最伟大的著作之一, 是希腊理智最完美的纪念碑之一.” 它也成为科学史上流传最广的著作之一, 仅从 1482 年第一个拉丁文印刷本问世以来, 已出了各种文字的版本 1000 多个^[1]. 但《原本》并非完美, 存在缺陷, 如定义借助直观、公理系统不完备等.

2.2.2 阿基米德 (公元前 287 ~ 前 212 年)

阿基米德 (图片), 生于意大利西西里岛的叙拉古, 曾在亚历山大城师从欧几里得. 与中国的秦始皇 (公元前 259 ~ 前 210 年) 同时. 名言: “给我一个支点, 我就可手书撬动地球.”

阿基米德 (邮票: 希腊, 1983) 最为著名的数学贡献是在《圆的度量》(约公元前 225 年) 中, 发展了 200 年前安蒂丰、欧多克索斯 (约公元前 408 ~ 约前 355 年) 的穷竭法, 用于计算周长、面积或体积. 通过计算圆内接和外切正 96 边形的周长 (图片), 求得圆周率介于 $3\frac{1}{7}$ 和 $3\frac{10}{71}$ 之间 (约为 3.14). 这是数学史上第 1 次给出科学求圆周率的方法, 把希腊几何学几乎提高到西方 17 世纪后才得以超越的高峰. 阿基米德对穷竭法的运用代表了古代用有限方法处理无限问题的最高水准.

阿基米德、牛顿 (英, 1642 ~ 1727 年)、高斯 (德, 1777 ~ 1855 年) 并列为有史以来最伟大的三大数学家^[12].

阿基米德死于第二次布匿战争 (公元前 218 ~ 前 201 年) 中的叙拉古保卫战 (公元前 214 ~ 前 212 年). 阿基米德的墓碑上是他最引以为豪的数学发现的象征图形: 球及其外切圆柱 (图片).

“阿基米德螺线” (图片)、“阿基米德之死” (图片).

阿基米德是个传奇式的人物, 其成果一直被推崇为创造性和精确性的典范, 但他的著作却很少有人读, 他的天才其实耽误了他. 欧洲经历了漫长的中世纪的黑夜之后, 才达到他当时的数学水平⁸. 罗马时代的科学史家普林尼 (公元 23 ~ 79 年) 曾把他誉为 “数学之神”. 莱布尼茨 (德, 1646 ~ 1716 年) 甚至说: “了解了阿基

⁸伽利略基本上是在阿基米德停顿下来的地方重新开始的. “科学革命”时期的其他伟人也是这样, 譬如达·芬奇、莱布尼茨、惠更斯、费马、笛卡儿和牛顿. 他们都是阿基米德的追随者. 见: 内兹, 诺尔著, 曾晓彪译. 阿基米德的羊皮书. 湖南科学技术出版社, 2008.

米德的人,对后来杰出人物的成就就不会再那么钦佩了。”

2.2.3 阿波罗尼乌斯 (约公元前 262 ~ 约前 190 年)

阿波罗尼乌斯 (图片), 生于小亚细亚的珀尔加 (今土耳其境内), 年轻时曾在亚历山大城跟随欧几里得的门生学习, 贡献涉及几何学和天文学. 门奈赫莫斯 (约公元前 380 ~ 约前 320 年) 最早研究了圆锥曲线. 阿波罗尼乌斯最重要的数学成就就是在前人工作的基础上创立了相当完美的圆锥曲线论, 以欧几里得严谨风格写成的传世之作《圆锥曲线论》成为希腊演绎几何的最高成就. 他用纯几何的手段得到了今日解析几何的一些主要结论, 确实令人惊叹, 对圆锥曲线研究所达到的高度, 在 17 世纪法国数学家笛卡尔、帕斯卡出场之前, 始终无人能够超越.

《圆锥曲线论》全书共 8 卷, 前 4 卷的希腊文本和其次 3 卷的阿拉伯文本保存了下来, 共 387 个命题; 最后一卷遗失, 由天文学家哈雷 (英, 1656 ~ 1742 年) 根据亚历山大的帕波斯 (约公元 290 ~ 约 350 年) 的传世名作《数学汇编》所提供的线索, 进行了复原, 有 100 个命题 (图片).

第 1 卷 (60 个命题): 圆锥曲线的定义和基本性质, 引入齐曲线 (抛物线)、亏曲线 (椭圆) 和盈曲线 (双曲线).

第 2 卷 (53 个命题): 圆锥曲线的直径、轴、中心、切线以及渐近线性质.

第 3 卷 (56 个命题): 切线与直径所成图形的面积, 圆锥曲线的焦点性质.

第 4 卷 (57 个命题): 极点和极线的性质, 圆锥曲线的切点、交点数.

第 5 卷 (77 个命题): 点到圆锥曲线的最长和最短距离, 法线的性质.

第 6 卷 (33 个命题): 圆锥曲线的全等、相似及圆锥曲线的弓形.

第 7 卷 (51 个命题): 圆锥曲线共轭直径的性质.

《圆锥曲线论》将圆锥曲线的性质网罗殆尽, 几乎使后人没有插足的余地. 阿波罗尼乌斯证明了三种圆锥曲线都可以由同一个圆锥体截取而得, 给出抛物线、椭圆、双曲线等的名称, 并对它们的性质进行了广泛的讨论, 包含了许多即使按今天的眼光看也是很深奥的结果, 如涉及近代微分几何、射影几何的一些课题. 书中已有坐标系的思想, 他以圆锥体底面直径作为横坐标, 过顶点的垂线作为纵坐标, 这给后世坐标几何的建立和射影几何的创立以很大的启发 (图片: 英译本, 阿拉伯文译本, 中译本).

克莱因 (美, 1908 ~ 1992 年)^[8]: “它是这样一座巍然屹立的丰碑, 以致后代学者至少从几何上几乎不能再对这个问题有新的发言权. 这确实可以看成是古希腊几何的登峰造极之作.”

贝尔纳 (英, 1901 ~ 1971 年): “他的工作如此的完备, 所以几乎两千年后, 开普勒和牛顿可以原封不动地搬用, 来推导行星轨道的性质.” (《历史上的科学》, 中译本, 科学出版社, 1959)

《圆锥曲线论》本身晦涩难懂, 使其后数千年间的几何学裹足不前. 几何学的

新时代, 要到 17 世纪, 笛卡儿等打破希腊式的演绎传统后才得以来临。

2.3 希腊数学的衰落

图片“公元 180 年前后的罗马帝国版图”。

公元前 6 世纪, 罗马城逐渐在意大利半岛建立起来。公元前 509 年, 罗马建立了共和国。古罗马经过多个世纪的战争, 时分时合多次。公元前 27 年, 罗马建立了元首政治, 共和国宣告灭亡, 进入罗马帝国时代。在公元前 1 世纪, 完全征服了希腊各国而夺得了地中海地区的霸权, 建立了强大的罗马帝国。1 世纪时, 罗马帝国继续扩张, 到 2 世纪, 帝国版图确定下来, 它地跨欧、亚、非三洲, 地中海成了它的内湖。史学家把公元前 27 ~ 公元 284 年称为早期罗马帝国。

进入晚期罗马帝国时期, 在战乱中最后一个君主狄奥多西一世 (379 ~ 395 年在位) 正式把帝国分为两部分。西部以罗马为首都, 分给了次子霍诺里乌斯 (395 ~ 423 年在位), 称为西罗马帝国。东部以君士坦丁堡 (今土耳其伊斯坦布尔) 为首都, 分给了长子阿卡狄乌斯 (395 ~ 408 年在位), 称为东罗马帝国。476 年, 西罗马帝国被日耳曼人所灭, 西欧结束了奴隶制社会, 进入了封建制社会时期。

“古罗马斗兽场” (图片), 建于公元 70 ~ 82 年。

“西班牙古罗马高架引水桥” (图片), 建于公元 1 世纪末 2 世纪初, 它从遥远的雪山引水到阿尔卡萨城堡, 全长 15 公里, 有 166 个拱门, 由 2 万多块大石头堆砌而成。这些石块间没有任何水泥等灰浆类物质黏合, 至今仍坚固完好, 实在令人叹为观止。直到 1950 年, 引水桥仍在用。如今它是塞哥维亚的标志性建筑。

罗马帝国的建立, 唯理的希腊文明被务实的罗马文明所取代。同气势恢弘的罗马建筑相比, 罗马人在数学领域远谈不上有什么显赫的功绩。由于希腊文化的惯性影响以及罗马统治者对自由研究的宽松态度, 在相当长一段时间内亚历山大城仍然维持学术中心的地位, 产生了一批杰出的数学家和数学著作。公元前 30 年 ~ 公元 640 年常称为希腊数学的“亚历山大后期”。

2.3.1 托勒密 (埃及, 约 90 ~ 约 165 年)

托勒密 (图片), 在亚历山大城工作, 发展了亚里士多德的思想, 建立了“地心说”, 成为整个中世纪西方天文学的经典, 最重要的著作是《天文学大成》 (图片: 公元 9 世纪的手稿) 13 卷⁹:

第 1、2 卷: 地心体系的基本轮廓。

第 3 卷: 太阳运动。

第 4 卷: 月亮运动。

第 5 卷: 月地距离和日地距离。

⁹阿拉伯的天文学家崇拜《天文学大成》“伟大之至”, 故又称为《至大论》。

第 6 卷: 日食和月食的计算.

第 7、8 卷: 恒星和岁差现象¹⁰.

第 9 ~ 13 卷: 五大行星的运动. 本轮-均轮组合¹¹.

“本轮-均轮模型”、“托勒密的宇宙”(图片).

《天文学大成》总结了在托勒密之前的古代三角学知识, 其中最有意义的贡献是包含有一张正弦三角函数表. 这是历史上第一个有明确的构造原理并流传于世的系统的三角函数表. 三角学的贡献是亚历山大后期几何学最富创造性的成就.

2.3.2 丢番图(埃及, 3 世纪)

亚历山大后期希腊数学的一个重要特征是突破了前期以几何学为中心的传统, 使算术和代数成为独立的学科. 希腊算术与代数成就的最高标志是丢番图的《算术》(图片). 据作者自序, 全书共 13 卷, 现存的《算术》有 10 卷, 含 290 个问题^[1]. 这是一部具有东方色彩、对古典希腊几何传统最离经叛道的算术与代数著作, 其中有一著名的不定方程(第 2 卷命题 8)^[7]: 将一个已知的平方数分为两个平方数. 17 世纪, 费马(法, 1601 ~ 1665 年)在阅读《算术》时对该问题给出一个边注, 引出了后来举世瞩目的“费马大定理”(见第 8、12 讲). 另一重要贡献是创用了一套缩写符号, 一种“简字代数”, 是真正的符号代数出现之前的一个重要阶段. 15 世纪起的欧洲数学符号化历程, 就是以“简字代数”为基础的.

关于丢番图(图片)的生平, 知之甚少, 推测大约在公元 250 年前后活动于亚历山大城, 知道他活了 84 岁.

丢番图的墓志铭^[13]: 坟中安葬着丢番图, 多么令人惊讶, 它忠实地记录了所经历的道路. 上帝给予的童年占六分之一, 又过十二分之一, 两颊长胡, 再过七分之一, 点燃起结婚的蜡烛. 五年之后天赐贵子, 可怜迟到的宁馨儿, 享年仅及其父之半, 便进入冰冷的墓中. 悲伤只有用数论的研究去弥补, 又过四年, 他也走完了人生的旅途(图片).

这相当于方程:

$$\frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{12} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x + 5 + \frac{1}{2} \cdot x + 4 = x,$$

解得 $x = 84$.

2.3.3 古希腊数学的落幕

基督教在罗马被奉为国教后, 希腊学术被视为异端邪说, 异教学者被横加迫害. 公元 415 年, 亚历山大女数学家希帕蒂娅(公元 370 ~ 415 年)(图片)被一群

¹⁰岁差指恒星年与回归年之差, 由希腊天文学家喜帕恰斯(约公元前 190 ~ 约前 125 年)于公元前 150 年前后首先发现. 回归年比恒星年短了 20 分 24 秒.

¹¹本轮-均轮模型由阿波罗尼乌斯设计. 每颗行星都在一个称为“本轮”的小圆形轨道上匀速转动, 而本轮中心在称为“均轮”的大圆上绕地球匀速转动, 但地球不在均轮圆心, 它与圆心有一段距离(偏心圆模型).

听命于主教的基督暴徒残酷杀害，残忍地碎尸。希帕蒂娅的父亲赛翁（约 335 ~ 约 405 年）是亚历山大城的著名学者，其修订的欧几里得《原本》是后来传世的希腊文《原本》及各种译本的主要底本。希帕蒂娅曾注释过阿基米德、阿波罗尼乌斯和丢番图的著作，编辑了几何、代数及天文学的著作，是一个受爱戴、有气质、多才多艺的教师，是历史上第一位杰出的女数学家，很可能是她生活时代整个世界最重要的数学家¹²。希帕蒂娅的被害预示了在基督教的阴影笼罩下整个中世纪欧洲数学的厄运。

柏拉图学院被封闭。公元 529 年，东罗马皇帝查士丁尼（527 ~ 565 年在位）下令封闭了雅典的所有学校，包括柏拉图于公元前 387 年创立的雅典学院。

亚历山大图书馆（当时世界上藏书最多的图书馆）三劫，古代希腊数学至此落下帷幕^[8]。

第 1 次劫难：公元前 47 年，罗马凯撒（公元前 102 ~ 前 44 年）烧毁了亚历山大港的舰队，大火殃及亚历山大图书馆，70 万卷图书付之一炬。

第 2 次劫难：公元 392 年，罗马狄奥多西一世（379 ~ 395 年在位）下令拆毁塞拉皮斯（Serapis）希腊神庙，30 多万件希腊文手稿被毁。

第 3 次劫难：公元 640 年，阿拉伯奥马尔一世（634 ~ 644 年在位）下令收缴亚历山大城全部希腊书籍，予以焚毁。

图片“亚历山大图书馆遗址”、“塞拉皮斯神庙遗址”。

古希腊数学的成就与影响是巨大的，但其局限性主要有以下几个方面^[4]：

- (1) 数学几何化，计算技术落后；
- (2) 量的精密化，导致近似计算的缺乏；
- (3) 对无穷的拒斥。

一个有趣的问题是：希腊化时期的科学成就令人瞩目，但是古代希腊文化及罗马文化为何没能自然而然地孕育出近代科学，反而迎来的是西方古代科学的停滞，并随之而来的是中世纪的黑暗？

提问与讨论题、思考题

- 2.1 简述古典希腊时期代表性的数学家。
- 2.2 为什么毕达哥拉斯学派要对“不可公度量”采取回避的态度？
- 2.3 毕达哥拉斯学派是怎样引起第 1 次数学危机？
- 2.4 试分析芝诺悖论：飞矢不动。
- 2.5 以“化圆为方”问题为例，说明未解决问题在数学中的重要性。

¹²2010 年 4 月 11 日，英国《卫报》邀请专栏作家评选了两千多年来十位伟大的数学家，希帕蒂娅作为唯一女性入选其中。见：A. Bellos. 十位伟大的数学家. 数学文化, 2010, 1(2): 45 ~ 48.

- 2.6 希腊数学的黄金时代.
- 2.7 简述欧几里得的公理化思想.
- 2.8 欧几里得《原本》对数学科学的发展有什么意义?
- 2.9 简述欧几里得《原本》的现代意义.
- 2.10 几何学中有没有“王者之路”.
- 2.11 丢番图的主要数学贡献.
- 2.12 希腊人为何取得了开创人类理性文明的成就?
- 2.13 古希腊数学衰落的原因分析.
- 2.14 简述古代希腊数学的特点.



第14讲

数学论文写作初步

主要内容: 论文的撰写、论文的发表、科研成果保管.

引言

凡是运用概念、判断、推理、证明或反驳等逻辑思维手段来分析、表达自然科学的理论和技术研究中的各种问题、成果的文章, 都属于科技学术论文的范畴. 科技学术论文最重要的特点是科学性和创造性. 科学性要求内容科学 (真实、成熟、先进、可行) 和表达科学 (立论客观、论据充足、论证严密). 创造性是科学研究的生命 (或灵魂), 没有创造就没有科学.

学术论文有不同的类型. 按论文的写作要求可分为学位论文和期刊论文. 学位论文旨在为取得学位而写, 包括学士论文、硕士论文和博士论文; 期刊论文是发表在期刊上的学术论文. 按论文的写作体裁主要可分为专题研究论文、综合评述论文和教学研究论文.

专题研究论文是指对某门学科中专门课题创造性的研究成果, 所作的理论分析和总结的文章. 它的目的是表现研究成果, 创造性是最关键的, 而且还强调理论性.

综合评述是对某一时期内某一学科、专业或技术、产品的研究成果、技术水平、发展趋向等信息作系统、综合、集中的叙述和介绍, 进而加以评论的文章. 它

的目的是介绍某一问题的最新成就,反映综述作者本人的见识和观点并作出评价,使读者了解该问题的历史、现状、发展方向并提出建议等。

教学研究是以学科教学为对象的研究工作,包括教学内容研究和教学方法研究。一篇好的教学研究论文既要在对教材理论的探讨上有所创造,又要结合教学实践,提供科学的教学途径。它是作者对具体学科教育规律的总结和探讨,不是简单的教学经验的总结和体会,应当具有学术性、实用性的特点。

14.1 论文的撰写

围绕研究课题,数学论文的撰写过程分准备和写作两个阶段。准备阶段首先搜集资料和研究资料,发现问题,提出猜想,逐步论证,对获得的结果进行整理和提炼。写作阶段按列出的提纲写作草稿,修改定稿。具体的撰写过程可采用如下步骤:

- (1) 文献搜集.
- (2) 资料整理.
- (3) 论文选题.
- (4) 拟定提纲.
- (5) 写作初稿.
- (6) 修改定稿.

14.1.1 文献搜集

面对浩如烟海的数学文献,必须进行搜集并有所选择。选择应遵循三条原则:针对性原则、计划性原则和积累性原则。要想在有限的时间内搜集到量多质高的数学资料,除了运用适当的检索方法外,还必须注意搜集与选择的方向。例如,

书: 注意图书出版动态,及时阅读本人所研究课题方向出版的新书。

刊: 注意数学核心期刊出版动态及本人研究课题所属学科的重要期刊。

人: 注意权威专家的动向,掌握本人研究课题的学科带头人的研究动向。

会: 注意各种数学学术会议的动向,特别是与本人研究课题相关的专题学术会议的动向。

总之,文献的搜集与选择之要点,一是多,注意其全面性;二是精,注意其权威性。

14.1.2 资料整理

资料整理是根据课题要求对已有的资料进行阅读、记录、分类、剔选、汇总(建立个人文档)的操作过程。在资料的整理中会及时发现哪些资料尚缺,应设法补上,哪些资料属多余,要立即剔除,使大量分散的文献条理化、系统化,从中获

得典型资料,为课题研究提供有用、可靠的信息,从而保持课题研究的正确方向。

数学文献阅读的目的旨在打开思路,促使新观点的形成。阅读的方法可分为两类:快读浏览和精细研读。快读浏览应注意文献的标题、摘要、引言、最终结论和参考文献,精细研读应注意概念、定理、证明、反例及问题。

贯穿数学文献阅读过程的是数学文献的记录。它指在阅读资料过程中将有用的资料或资料线索及随时想到的问题用适当的方法记录下来,以便课题研究时使用。记录资料的来源,一是阅读的各种文献;二是个人阅读时的体会。它由内容事项和出处事项两要素组成,可以采用文献笔记、资料卡片和剪贴、复制、电子文件记录等方式。

在课题研究中最初搜集的资料比较笼统、零散,因而有必要按文献的内在联系和逻辑关系排列成有序的文献。资料整理的怎样,分类是关键,按所搜集资料的内在特征对资料进行归纳整理是资料分类的基本原则,在这基础上还可以将专著、工具书、期刊、特种文献等分别处理。

资料的汇总是把搜集来的资料按一定的分类原则将同类材料汇合在一起,组成一个系统、条理、方便的统一体,为课题研究时查找和使用提供方便。对每个研究人员和教学工作者来说,通过平时浏览、阅读、摘录、复制等方式,搜集和积累了不少的文献资料,有必要把它们汇编成一个文献系统,便于在使用时能迅速取出,充分发挥其作用。这种为课题研究搜集到的文献资料,经过整理、加工,建立的个人资料系统称为个人文档。一个完整而实用的个人文档,除包括一个经科学组织而形成的文献系统外,还应有一个为便于利用这一文献系统的检索工具。

建立个人文档可采取3个步骤:一是文献的整理、记录;二是将记录卡按一定体系编排,形成检索工具;三是将搜集的文献在整理的基础上进行一定的标目,按检索工具方式放置妥当备用。

14.1.3 论文选题

这是论文写作中最重要、最困难的部分。选题的优劣对论文写作的成败起主导作用。

选题既包括科研课题的选择,也包括论文题目的选择。这是论文写作的关键一步。一般说来,选定了科研课题,就确定了研究方向,同时也就决定了论文的题目和内容。论文的价值主要不在于写作技巧,而在于研究工作的本身,在于选择一个什么样的课题。选题没有固定的模式,主要应遵循创新性原则和适应性原则。

创新性包括方法上的创新,应用上的创新,概念、观点上的创新。科研课题的创新性是衡量科研成果和论文价值的重要标准。适应性包括主观条件的适应性和客观条件的可行性。前者指课题的方向、大小、难易都要与自己的知识结构、研究能力、技术水平、工作经历、特长和兴趣相适应;后者指课题研究的经费、时间、资料、设备、合作者的特长、协作条件的可行性。

在遵循选题基本原则的前提下,如何广开思路,灵活运用各种方法来帮助我们正确选择研究课题呢?可采用以下几种途径:

- (1) 在前人的基础上向前发展(狭义,最常用的选题).
- (2) 在未解或解之不详的领域中寻找(硕士或博士论文).
- (3) 选择数学研究中有争议的问题(常见教研论文).
- (4) 敢于开拓新的领域(最困难、最有意义的选题).

选题实例.下列与“数学分析”或“数学教育”相关的选题各 10 个供参考.数学史方面的选题可参考本讲末的论述题.

“数学分析”选题:① 求极限的若干方法;② 连续与一致连续;③ 关于函数项级数与函数序列的一致收敛性问题;④ 曲线积分与曲面积分的计算方法;⑤ 几个重要不等式的证明;⑥ 导数在证明不等式中的应用;⑦ 积分在求数列通项中的应用;⑧ 积分在求和中的应用;⑨ 函数论方法在数学分析中的应用;⑩ 拓扑学方法在数学分析中的应用.

“数学教育”选题:① 数学概念教学的方法探索;② 数学教学中渗透数学思想方法的途径;③ 创造性思维能力的培养途径;④ 数学教学中审美教育的途径;⑤ 直觉思维与数学教学;⑥ 创新性学习与数学教学;⑦ 研究性学习与数学教学;⑧ 函数观点在解题中的应用;⑨ 一般化思维方法在数学中的应用;⑩ 特殊化思维方法在数学中的应用.

选择切忌题目雷同、内容重复或立题贪大、内容求全.

14.1.4 拟定提纲

拟定提纲有两层含义,一是谋篇构思;二是拟写提纲.

谋篇构思就是对研究工作的成果作合理安排的思维过程,它要求作者对论文的思路、层次、顺序等进行思考.提纲的拟写是作者进一步完善论文的构思的过程.拟写提纲的主要好处是帮助自己从全局着眼,树立整篇论文的基本骨架,明确层次和重点,进一步推敲论点是否可靠、正确,使论文的构思更为理想.拟写提纲包括至少 6 个项目:① 题目;② 课题研究的目的;③ 证明论点所用的概念、定理;④ 采用的论证方法;⑤ 结论;⑥ 需进一步讨论的问题.

总之,提纲的写法有定则也无定则.简单的方法:只要按逻辑推理的顺序将上述项目排列出来即可.

14.1.5 写作初稿

论文编写格式的国家标准是《科学技术报告、学位论文和学术论文的编写格式》(GB/T 7713 — 1987)和《学位论文编写规则》(GB/T 7713.1 — 2006).

数学论文已形成一定的撰写格式,其结构一般由标题、署名、摘要、关键词、分类号、正文(含引言和结论)、致谢、参考文献等几部分组成.下面逐一论述各部

分的要求。

(1) 标题. 标题意味着对一问题的发现和见解, 是论文的基本精神的凝聚和提炼, 其关键, 一是准确得体, 恰如其分; 二是简短精炼, 高度概括; 三是意义完整, 体例规范。

(2) 署名. 撰写数学论文, 无论发表与否都应署上著者的姓名和工作单位, 一则表示拥有版权的声明; 二则反映文责自负的精神; 三则有利于读者同作者联系. 署名的主要形式有集体署名和个人署名两种. 数学论文大都是个人署名. 如果论文是多人合作完成, 可按所做工作的多少和贡献大小来安排姓名次序, 外文论文可按作者外文姓名字顺排列定次序。

(3) 摘要. 摘要编写的国家标准是《文摘编写规则》(GB/T 6447 — 1986). 国际标准化组织 (ISO) 对于“摘要”的定义是“一份文献内容的缩短的精确的表达, 而无须补充解释或评论”. 由此可见, 摘要是对文章要点的概述, 其目的主要是为阅读、检索提供方便. 摘要按功能划分大体上可分为报道性摘要、指示性摘要和题录式摘要。

报道性摘要用于总结论文中的主要发现, 向读者提供原文中全部创新内容和尽可能多的定量或定性信息, 字数一般为 200 ~ 300 字. 这种摘要尤为适用于专题研究论文, 多为学术级别较高的刊物所采用。

指示性摘要只简单地介绍和点明论文的论题, 或着重表现论文的目的, 给读者一个指示性的概括了解, 字数一般为 50 ~ 100 字。

题录式摘要仅仅著录论文的标题, 字数为 20 字左右. 数学论文很少采用这种摘要文体。

总之, 摘要应以正确、精炼、完整、规范为主要要求。

(4) 关键词. 从论文的正文、摘要或篇名中抽出的, 并在表达论文内容主题方面具有实在意义, 起关键作用的词汇称为关键词. 它是为了编制关键词索引、提高检索速度提出的要求, 一般为 3 ~ 8 个. 关键词包括主题词和自由词两部分. 前者可利用《汉语主题词表》(中国科学技术情报研究所编, 科学技术文献出版社, 1991) 或《中国分类主题词表》(北京图书馆出版社, 2005) 查找, 后者应尽量参考国内外各种正式出版的专业词表、词典去选择使用词汇 (如《数学名词》, 全国自然科学名词审定委员会编, 科学出版社, 1994; 《数学汉语主题词表》, 王声培主编, 上海教育出版社, 1995)。

(5) 分类号. 论文主题所属类别, 采用《中国图书馆分类法》的分类体系或美国《数学评论》的分类体系, 具体要看所投刊物的要求. 它是为了编制分类索引、提高检索速度提出的要求。

(6) 引言. 这是用于说明论文写作的目的、理由、背景、研究成果和意义的部分, 它的主要内容有: 研究主题、目的和理由, 对本课题已有研究成果的述评, 论文所要解决的问题和采用的方法, 概述成果及意义等. 这些内容并不必逐一作答

或涉及, 而应按具体情况取舍. 应当注意的是, 引言的写作应开门见山, 突出重点, 言简意赅, 客观评价, 不要与摘要雷同, 或成为摘要的注释, 避免公式推导和一般性的方法介绍.

(7) 正文. 这是作者对自己研究工作的详细表述, 是论文的主体部分. 对正文的基本要求是以某一基本观点为核心, 贯穿全文, 将已有的概念、定理与自己探索到的新思想、新结论, 用清晰的逻辑方法撰写为一个完整、无误的统一体. 它应包括理论分析, 论证的新手段及方法和结论. 凡是数学上引入新概念, 创立新理论, 提出新方法, 证明新定理等, 都可称为数学领域内的新发明创造. 这种创造可分为两类, 一类是首创或开拓性的创造, 另一类是继承或完善性的创造.

正文的写作方法与数学的研究方法是相互联系的. 正文写作的基本方法主要是指逻辑方法, 多是使用概念、判断、推理、假说、证明、反驳、抽象与概括、分析与综合的思维方法来表达和描述自己的研究成果.

(8) 结论. 这是整篇论文的归结, 集中反映作者的成果, 表达作者对所研究课题的见解和主张, 对全篇论文起画龙点睛的作用. 结论不是前述部分的简单重复, 也不是研究成果的罗列, 它是作者在理论分析、实验结果的基础上经过分析、推理、判断、归纳的过程而形成的更深入的认识和观点. 由于结论一般都写得概括, 篇幅较短, 因而措词必须严谨、逻辑必须严密, 文字必须贴切, 给人以完整、准确、鲜明之感.

一些较为短小的数学论文常不见正规的结论部分, 其实结论已包含于论文的其他部分之中.

(9) 致谢. 科学研究工作需要多方面的指导和帮助才能完成. 因此, 当科研成果以论文形式发表时, 有时需要对他人的劳动给予充分肯定, 郑重地以书面形式表示感谢. 它与论文的作者之间应有严格的区别. 致谢对象的顺序最好依贡献的大小来排列.

(10) 参考文献. 这是写作论文的重要环节, 也是初学者不易把握之处. 科技论文引用参考文献的主要原因有三: 一是说明研究课题范围内前人的工作成果和背景, 并为证实自己的论点提供足够的证据材料; 二是承认科学的继承性, 表明尊重他人的劳动成果; 三是便于自己写作和读者查阅、复核, 了解相关领域里前人所做的贡献. 著录参考文献的原则有三: 一是只著录最必要, 最新的文献; 二是只著录公开发表的文献; 三是采用规范化的著录格式. 执行标准是《文后参考文献著录规则》(GB/T 7714 — 2005) 和《文献管理长期保存的电子文档格式第 1 部分: PDF 1.4 (PDF/A — 1) 的使用》(GB/T 23286.1 — 2009).

一般说来, 论文中凡是引用到前人的文章数据、论点材料等, 均应按出现先后顺序标明数码, 依次列出参考文献的出处, 但外文论文常按参考文献作者姓名的字顺排列. 引用文献的数码, 用小方括号括上, 注在引证文献作者姓名之后, 若不写作者就将括号注在所引用部分的句子之后 (右上角或平行).

14.1.6 修改定稿

论文只有通过修改,反复琢磨才能保证其质量.论文的修改大致可归结如下4个方面.

(1) 锤炼课题.课题体现论文的价值,是修改时应首先注意的问题.一是内容订正,检查全文的论点是否突出地表现了课题;二是观点深化,检查自己的论点有无深意和新意.

(2) 精思布局.结构是论文表现形式的重要因素.修改论文先要看是否符合论文的结构要求,是否层次分明,是否论点、论据、论证全部具备和得当.其次,要看结构的各部分安排是否妥当,段落组织是否紧凑(衔接).如果论文准备投送某刊发表,则应按照所投刊物的要求检查论文的撰写格式是否符合该刊的要求.

(3) 检验材料.反复核实所有材料,一要复核文中数据;二要查对引文出处;三要推敲材料与阐述的课题是否适合(适应).

(4) 斟酌字句.作为学术性文章,内容应具有准确性、学术性和可读性(易忽略!),所以字句的修改应注意语言贴切、简练、生动.

定稿排版是论文形成的最后程序.定稿时应用字标准、写法规范、编排美观,一般用计算机排版印稿.

在论文撰写和修改过程中,文献检索仍有很大的作用,应予充分重视,并积极从事这一阶段的信息工作.其目的和要求是使研究者根据新的信息和前未查出或未找到的文献材料,再一次检查已使用的方法和获得的结果.如发现使用的方法已经落后(多为应用论文),所取得的结果并非很好,研究的问题已被解决等,则要在论文定稿、送审之前及时修改,补充必要的材料,调整论文结构,重写论文,甚至作废.

14.2 论文的发表

一篇学术论文只有正式发表后才能承认为正式文献.论文只有发表才能在大范围内进行交流和推广,并有效地加以提高和发展.

14.2.1 发表形式

论文一般可分为正式发表、内部交流等形式.正式发表是指论文发表于有“国内统一刊号”(CN号)或“国际标准刊号”(ISSN号)的期刊上,或有“国际标准书号”(ISBN号)的文集中.内部交流主要有两种形式,一是指论文刊登在非正式期刊(持有国家内部期刊登记证的刊物)上,可以在一定范围内交流,但不能在社会上公开征订和销售;二是指在国际或国内召开的学术会议上宣读交流的论文.

内部交流的论文一般不允许作为参考文献在正式发表的论文中引用.

作者有发表个人作品的权利.投稿是作者充分运用自己的权力,摆脱外界干

扰,行使作品自我保护的有效方式.为帮助作者有效地撰写论文,编辑部通常总会列出征稿启事,详细列出办刊宗旨,以及稿件的内容范围,撰写要求等内容.向刊物投稿应注意期刊的选择,文责自负,避免重复,尤其不能一稿多投,了解征稿启事和出版周期¹.

造成国内数学论文出版周期长的原因主要有三,一是刊期普遍过长;二是稿源比较集中;三是审稿周期长.近年来,这种局面有所改观.《中华人民共和国著作权法》(2010)第三十三条规定:著作权人向报社、期刊社投稿的,自稿件发出之日起十五日内未收到报社通知决定刊登的,或者自稿件发出之日起三十日内未收到期刊社通知决定刊登的,可以将同一作品向其他报社、期刊社投稿.双方另有约定的除外.

14.2.2 发表程序

论文从投稿到发表,必须经过审查、编辑加工、定稿发排、印刷发行等一系列流程.

审稿是编辑部控制学术期刊质量的首要环节,也是帮助作者发现问题,提高科研能力和写作能力的过程.我国的审稿程序多为“三审定稿”,即责任编辑初审,同行专家评审,主编、副主编或学科责任编委终审制.为提高评审的效率与质量,国内部分刊物实行编委负责制.

作者如何提高投稿命中率?《中国科技期刊研究》刊登了董耿等对 50 位技术类期刊编辑进行调查的报告²,得出的结论是应当注意:① 选题新颖实用;② 文章简明可读;③ 了解征稿要求;④ 细处一丝不苟;退稿原因多数为缺乏创新,论据不充分或没有大的学术价值等.

14.2.3 校对工作

校对是提高刊物出版质量必不可少的环节,目的是消除文章排版的差错,一方面是使校样和原稿一样,另一方面是进一步找出原稿中的问题,把各种差错消灭在印刷之前.校对时对原稿的改动一定要慎重,正确使用校对符号.校对执行标准《校对符号及其用法》(GB/T 14706 — 1993)和《图像复制用校对符号》(GB/T 14707 — 1993).

本节的最后谈谈科技信息工作.科技信息工作要贯穿科研整个过程的每个环节.前面已说明论文撰写过程中,应充分重视文献检索工作.在论文发表后同样仍有信息工作要做.这时期的信息工作的主要要求有下列两点:一是了解成果发表后在国内外被引用和应用的情况;二是收集国内外对科研成果的反应、意见和

¹ 出版周期指一篇论文从编辑部收到稿件的日期到论文出版日期之间的时间间隔.

² 董耿等.学术类期刊用稿与退稿要素分析:50位学术类期刊编辑的见解.中国科技期刊研究,1996,7(3):15~17.

评价.

上述信息称为反馈信息,其作用就是为了使研究者获知自己的科研成果在学术理论或实际应用上的价值、水平、优点和缺点,还有什么尚待解决的问题,以及解决这些问题的途径等,以作为今后进一步继续研究的依据.收集反馈信息的方式可以有下列四种,一是使用检索工具;二是阅读国内外有关文献,以及报刊上的介绍、报道或评论性文章;三是从读者来信或口头意见中得悉;四是主动向应用部门调查了解.

14.3 科研成果的保管

科研成果是科研工作者辛勤劳动的结晶,必须保管好.保管好科研成果的有效手段是建立科研档案(个人文档的一部分).科研档案是在科研活动中逐步做出并经整理和筛选,确有保留价值和有必要作为原始记录而立卷存档,长期保存的资料.

建立科研档案,是系统地、科学地、妥善地收集、积累、保藏、管理科研成果,并使之发挥作用的一种有效制度.它是保证科研成果长期保存而不致散失的重要措施.

科研档案以科研成果本身为主,但也应包括对它的评审、鉴定和使用情况,国内外读者(特别是同行专家)的反应、引用、评价等方面的有关资料.

就其表现形式来说,科研档案可以归纳为两大类,一是实物档案;二是记录档案.前者是用科研成果的原物来表达,对于科研课题有任务来源的文件和与委托单位或协作单位签订的合同、协议书等,有著作原稿,发表或刊印的书文图册,成果评审或鉴定的意见书,读者的反应和评论、引用情况,获奖证书和奖状、奖章或其他奖品;后者是从事科研活动的文字记录,如开题报告、研究方案、实验数据、现场调查考察的记录等.

采用科研档案形式保管科研成果,其作用体现在历史性的凭证,原始性的证据,供检查、复核、校阅,供使用和参考,确立发现发明权,正式记录科学贡献.

提问与讨论题、数学史论述题

14.1 在刊物上自选一数学论文按下述顺序撰写纲要:① 标题;② 作者;③ 单位;④ 摘要;⑤ 关键词;⑥ 分类号(中国图书馆分类号);⑦ 参考文献.

14.2 在刊物上自选一数学论文,给出它的报道性摘要、指示性摘要和题录式摘要.

下列数学史论述题.

- 14.3 数的概念的发展与人类认识能力提高的关系.
- 14.4 探讨古代埃及和古代巴比伦的数学知识在现代社会中的意义.
- 14.5 为什么毕达哥拉斯学派关于不可公度量的发现会在数学中产生危机?
- 14.6 芝诺悖论与微积分的创立、发展.
- 14.7 试论数学悖论对数学发展的影响.
- 14.8 欧几里得《几何原本》中的代数.
- 14.9 欧几里得《几何原本》与公理化思想.
- 14.10 欧几里得《几何原本》与现在的中学教材中初等几何知识的比较.
- 14.11 为什么古希腊人在算术与代数学上少有创造?
- 14.12 无所不在的斐波那契数列.
- 14.13 黄金分割引出的数学问题.
- 14.14 文艺复兴运动与东西方数学的融合.
- 14.15 达·芬奇与数学.
- 14.16 非十进制计数的利与弊.
- 14.17 十进制小数的历史.
- 14.18 分析人类文明史中的种种计数法, 谈谈十进制位值制的重要性.
- 14.19 数学符号的价值.
- 14.20 古代历法: 为农业服务? 为星占学服务?
- 14.21 试论《九章算术》的流传.
- 14.22 分析《算经十书》中一些典型数学问题及其解法.
- 14.23 圆周率的历史作用.
- 14.24 “圆”中的数学文化.
- 14.25 明代中国商业算术处于突出地位的原因.
- 14.26 概述宋元四大数学家的数学业绩及其历史意义.
- 14.27 分析近代中国数学落后的原因.
- 14.28 古代东方数学的特点分析.
- 14.29 何为算法思想? 用中国传统数学中的典型算法说明算法思想.
- 14.30 您是如何认识古代西方数学与古代东方数学的?
- 14.31 微积分的理论基础对于 19 世纪微积分的进一步发展有什么样的作用? 试举例予以说明.
- 14.32 追寻从牛顿, 经麦克劳林, 一直到魏尔斯特拉斯的关于极限概念的演进.
- 14.33 第 1 次数学危机及其克服.
- 14.34 第 2 次数学危机及其克服.
- 14.35 第 3 次数学危机及其克服.
- 14.36 试分析近代科学的特征之一: 自然的数学化.

- 14.37 试分析近代科学的特征之一：研究的方法论化.
- 14.38 数学对天文学的推动.
- 14.39 数学对力学的推动.
- 14.40 数学文化对人类思想解放的影响.
- 14.41 数学是一种文化：历史的理解.
- 14.42 数学对当代社会文化的影响.
- 14.43 数学对当代社会经济发展的影响.
- 14.44 试论数学的发展对人类社会的进步的推动作用.
- 14.45 函数概念的发展.
- 14.46 空间概念的发展.
- 14.47 曲线概念的发展.
- 14.48 数学中无穷思想的发展.
- 14.49 代数学思想是如何演进的？
- 14.50 谈谈集合论产生的背景. 集合语言是最基本的数学语言吗？
- 14.51 试比较魏尔斯特拉斯、戴德金和康托尔的实数构造方法.
- 14.52 数学家的不幸.
- 14.53 数学家的幸运.
- 14.54 为什么在古代问津数学的女性这么少？
- 14.55 小学时期所了解的数学史.
- 14.56 中学时期所了解的数学史.
- 14.57 数学史中学数学.
- 14.58 通过具体案例, 谈谈数学史知识对中学数学教学的意义与作用.
- 14.59 数学史与素质教育、应试教育的关系.
- 14.60 结合自己专业特点, 谈一谈数学史的教育价值.

参考文献

- [1] 李文林. 数学史教程. 北京: 高等教育出版社; 海德堡: 施普林格出版社, 2000 (第 2 版: 数学史概论. 高等教育出版社, 2002; 第 3 版: 2011).
- [2] 中国大百科全书编辑委员会. 中国大百科全书 (数学卷). 北京: 中国大百科全书出版社, 1988.
- [3] 程民德, 何思谦. 数学辞海 (6 卷本). 中国科学技术出版社、东南大学出版社、山西教育出版社, 2002.
- [4] 胡作玄. 近代数学史. 济南: 山东教育出版社, 2006.
- [5] 梁宗巨. 世界数学通史 (上册). 沈阳: 辽宁教育出版社, 2001.
- [6] 李文林. 文明之光 —— 图说数学史. 济南: 山东教育出版社, 2005.
- [7] 李文林. 数学珍宝 —— 历史文献精选. 北京: 科学出版社, 1998.
- [8] Kline M. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New York: Oxford University Press, 1972 (中译本: 克莱因 M. 古今数学思想. 北京大学数学系数学史翻译组译. 上海: 上海科学技术出版社, 1979 ~ 1981, 4 卷本).
- [9] 钱宝琮. 中国数学史. 北京: 科学出版社, 1964.
- [10] 徐品方, 张红. 数学符号史. 北京: 科学出版社, 2006.
- [11] 叶叔华. 简明天文学词典. 上海: 上海辞书出版社, 1986.
- [12] Bell E T. *Man of Mathematics*. New York: Dover Publications, 1963 (中译本: 贝尔 E T. 数学精英. 徐源译. 北京: 商务印书馆, 1991).
- [13] 吴文俊. 世界著名数学家传记 (上、下册). 北京: 科学出版社, 1995.
- [14] 郭书春. 中国科学技术典籍通汇: 数学卷 (5 册本). 开封: 河南教育出版社, 1993.
- [15] 吴文俊. 中国数学史大系 (10 卷本). 北京: 北京师范大学出版社, 1998 ~ 2002.
- [16] 梁宗巨, 王青建, 孙宏安. 世界数学通史 (下册). 沈阳: 辽宁教育出版社, 2001.
- [17] Eves H. *An Introduction to the History of Mathematics*. 6th ed. Philadelphia: Saunders College Publishing, 1990 (伊夫斯 H. 数学史概论. 修订本. 欧阳降译. 太原: 山西经济出版社, 1993).
- [18] 庄瓦金. 数学史导引. 长春: 吉林大学出版社, 2006.
- [19] 郭金彬, 王渝生. 自然科学史导论. 福州: 福建教育出版社, 1988.
- [20] 吴国盛. 科学的历程. 第 2 版. 北京: 北京大学出版社, 2002.
- [21] 田淼. 中国数学的西化历程. 济南: 山东教育出版社, 2005.
- [22] 胡作玄, 邓明立. 20 世纪数学思想. 济南: 山东教育出版社, 1999.
- [23] Lehto O. *Mathematics Without Borders —— A History of the International Mathematical Union*. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 1998 (中译本: 奥利·莱赫托. 数学无国界 —— 国际数学联盟的历史. 王善平译. 上海: 上海教育出版社, 2002).
- [24] 张奠宙. 20 世纪数学经纬. 上海: 华东师范大学出版社, 2002.
- [25] 张奠宙. 中国近现代数学的发展. 石家庄: 河北科学技术出版社, 2000.
- [26] 杨乐, 李忠. 中国数学会 60 年. 长沙: 湖南教育出版社, 1996.
- [27] 程民德. 中国现代数学家传 (5 卷本). 南京: 江苏教育出版社, 1994 ~ 2002.

-
- [28] 张奠宙, 赵斌. 20 世纪数学史话. 上海: 知识出版社, 1984.
- [29] 胡作玄. 布尔巴基学派的兴衰. 上海: 知识出版社, 1984.
- [30] Wilson R. J. *Stamping Through Mathematics*. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 2001 (中译本: 威尔逊 R. J. 邮票上的数学. 李心灿, 邹建成, 郑权译. 上海: 上海科技教育出版社, 2002).
- [31] 郭金彬, 孔国平. 中国传统数学思想史. 北京: 科学出版社, 2004.

人名索引

A

阿贝尔 (N. H. Abel, 挪, 1802 ~ 1829), 89, 90, 91
阿波罗尼乌斯 (Apollonius of Perga, 希腊, 约公元前 262 ~ 约前 190), 16, 18, 20, 53, 63, 65
阿达马 (J. Hadamard, 法, 1865 ~ 1963), 117, 122, 155, 156
阿德拉德 (Adelard of Bath, 英, 约 1090 ~ 约 1150), 44
阿蒂亚 (M. F. Atiyah, 英, 1929 ~), 128
阿尔贝蒂 (L. B. Alberti, 意, 1404 ~ 1472), 53
阿尔方索 (El Sabio Alfonso, 西, 约 1221 ~ 1284), 59
阿尔福斯 (L. V. Ahlfors, 芬-美, 1907 ~ 1996), 116, 127, 158
阿甘德 (阿尔冈, R. Argand, 瑞士, 1768 ~ 1822), 93
阿基米德 (Archimedes of Syracuse, 希腊, 公元前 287 ~ 前 212), 16-18, 62, 79, 89
阿卡狄乌斯 (F. Arcadius, 东罗马, 377/378 ~ 408), 19
阿拉果 (D. F. J. Arago, 法, 1786 ~ 1853), 79, 120
阿利斯塔克 (Aristarchus, 希腊, 公元前 3 世纪), 49
阿佩尔 (K. Appel, 美, 1932 ~), 138
阿廷 (E. Artin, 奥地利, 1898 ~ 1962), 129
阿耶波多第一 (Āryabhata I, 印度, 476 ~ 约 550), 36
阿育王 (Ashoka, 印度, 约公元前 304 ~ 前 232), 8
埃尔米特 (C. Hermite, 法, 1822 ~ 1901), 92
埃拉托色尼 (Eratosthenes, 希腊, 公元前 276 ~ 前 194), 144

艾布·阿拔斯 (Abu al-Abbas, 阿拉伯, 约 702 ~ 754), 38
艾伦伯格 (S. Eilenberg, 波, 1913 ~ 1998), 154, 158
艾约瑟 (J. Edkins, 英, 1823 ~ 1905), 107
爱尔特希 (P. Erdős, 匈, 1913 ~ 1996), 79, 117, 158
爱因斯坦 (A. Einstein, 德-美, 1879 ~ 1955), 50, 69, 130, 135, 157
安蒂丰 (Antiphon the Sophist, 希腊, 约公元前 480 ~ 前 411), 14, 17
安培 (A. M. Ampère, 法, 1775 ~ 1836), 120
奥尔利奇 (W. Orlicz, 波, 1903 ~ 1990), 153
奥雷姆 (N. Oresme, 法, 约 1323 ~ 1382), 63
奥马·海亚姆 (Omar Khayyám, 阿拉伯, 1048 ~ 1131), 40, 63
奥马尔一世 (Omar I, 阿拉伯, 约 591 ~ 644), 21
奥斯卡二世 (Oscar II, 挪威-瑞典, 1829 ~ 1907), 138
奥斯特罗格拉茨基 (M. V. Ostrogradski, 俄, 1801 ~ 1862), 102, 154

B

巴赫曼 (P. Bachmann, 德, 1837 ~ 1920), 113
巴罗 (I. Barrow, 英, 1630 ~ 1677), 67, 70, 107, 151
巴拿赫 (S. Banach, 波, 1892 ~ 1945), 153
巴塔尼 (al-Battānī, 阿拉伯, 858 ~ 929), 40, 52
巴歇 (C. G. Bachet, 法, 1581 ~ 1638), 95
白晋 (J. Boavet, 法, 1656 ~ 1730), 85
柏拉图 (Plato, 希腊, 公元前 427 ~ 前 347), 15, 44, 64

邦贝利 (R. Bombelli, 意, 1526 ~ 1572), 51, 92, 151
 邦别里 (E. Bombieri, 意, 1940 ~), 144
 贝尔纳 (J. D. Bernal, 英, 1901 ~ 1971), 18
 贝尔特拉米 (E. Beltrami, 意, 1835 ~ 1899), 104
 贝克莱 (G. Berkeley, 爱尔兰, 1685 ~ 1753), 75, 76
 贝塞尔 (F. W. Bessel, 德, 1784 ~ 1846), 49
 比尔吉 (J. Bürgi, 瑞士, 1552 ~ 1632), 55
 比鲁尼 (al-Bīrūnī, 阿拉伯, 973 ~ 约 1048), 40
 彼德罗夫斯基 (I. G. Petrovsky, 苏, 1901 ~ 1973), 155
 毕达哥拉斯 (Pythagoras of Samos, 希腊, 约公元前 560 ~ 约前 480), 13, 64
 毕升 (约 970 ~ 1051), 28
 波尔查诺 (B. Bolzano, 捷, 1781 ~ 1848), 113
 波尔约 (波约, F. Bolyai, 匈, 1775 ~ 1856), 102
 波尔约 (波约, J. Bolyai, 匈, 1802 ~ 1860), 103
 波利亚 (G. Pólya, 匈, 1887 ~ 1985), 158
 波普 (A. Pope, 英, 1688 ~ 1744), 67
 波亨斯基 (I. M. Bochenski, 瑞士, 1902 ~ 1995), 95
 玻意耳 (R. Boyle, 英, 1627 ~ 1691), 62
 博埃齐 (博伊西斯, A. M. S. Boethius, 罗马, 约 480 ~ 524), 43
 博雷尔 (波莱尔, E. Borel, 法, 1871 ~ 1956), 113, 129, 131, 155
 波斯 (A. Bosse, 法, 1611 ~ 1678), 54
 博苏克 (K. Borsuk, 波, 1905 ~ 1982), 153
 伯恩斯坦 (S. N. Bernstein, 苏, 1880 ~ 1968), 154
 伯克霍夫 (G. D. Birkhoff, 美, 1884 ~ 1944), 139
 伯努利 (丹尼尔·伯努利, D. Bernoulli, 瑞

士, 1700 ~ 1782), 78, 82
 伯努利 (尼古拉第二·伯努利, N. Bernoulli II, 瑞士, 1695 ~ 1726), 154
 伯努利 (雅格布·伯努利, Jacob Bernoulli, 瑞士, 1654 ~ 1705), 65, 77, 81, 83, 131
 伯努利 (约翰·伯努利, John Bernoulli, 瑞士, 1667 ~ 1748), 77-79, 81-83, 100
 泊松 (S. D. Poisson, 法, 1781 ~ 1840), 101, 115, 118, 120, 151
 布尔 (G. Boole, 英, 1815 ~ 1864), 94, 95
 布加耶夫 (N. V. Bugaev, 俄, 1837 ~ 1903), 155
 布劳威尔 (L. E. Brouwer, 荷, 1881 ~ 1966), 133
 布雷德利 (J. Bradley, 英, 1693 ~ 1762), 49
 布立格 (布里格斯, H. Briggs, 英, 1561 ~ 1630), 54
 布鲁诺 (G. Bruno, 意, 1548 ~ 1600), 49, 50, 62
 布伦 (V. Brun, 挪, 1885 ~ 1978), 144

C

蔡元定 (1135 ~ 1198), 31
 策梅洛 (E. Zermelo, 德, 1871 ~ 1953), 134
 查士丁尼 (Justinian, 东罗马, 482 ~ 565), 15, 21
 陈景润 (1933 ~ 1996), 145, 160, 161, 163
 陈省身 (中-美, 1911 ~ 2004), 145, 146, 152, 158, 163
 陈子 (约公元前 6、7 世纪), 24
 程大位 (1533 ~ 1606), 56, 58
 崇祯 (朱由检, 1611 ~ 1644), 59

D

达·芬奇 (L. da Vinci, 意, 1452 ~ 1519), 47, 53, 150
 达·伽马 (V. da Gama, 葡, 1469 ~ 1524), 48
 达布 (J. G. Darboux, 法, 1842 ~ 1917), 113

达朗贝尔 (J. L. R. d'Alembert, 法, 1717 ~ 1783), 76, 80, 82, 92, 120, 151
 戴德金 (R. Dedekind, 德, 1831 ~ 1916), 97, 113, 114
 戴震 (1724 ~ 1777), 86
 但丁 (A. Dante, 意, 1265 ~ 1321), 46
 道格拉斯 (J. Douglas, 美, 1897 ~ 1965), 127
 德·丢勒 (N. F. de Duillier, 瑞士, 1664 ~ 1753), 72
 德尔萨特 (J. Delsarte, 法, 1903 ~ 1968), 156
 德摩根 (A. De Morgan, 英, 1806 ~ 1871), 93, 94, 107, 138
 德萨格 (G. Desargues, 法, 1591 ~ 1661), 53, 54, 104
 迪厄多内 (J. A. E. Dieudonné, 法, 1906 ~ 1992), 130, 131, 156
 迪亚士 (B. Dias, 葡, 1450 ~ 1500), 48
 笛卡儿 (R. Descartes, 法, 1596 ~ 1650), 64-67, 70, 77, 92
 狄奥多西一世 (Theodosius I, 罗马, 约346 ~ 395), 19, 21
 狄德罗 (D. Diderot, 法, 1713 ~ 1784), 80, 86
 狄考文 (C. W. Mateer, 美, 1836 ~ 1908), 39
 狄利克雷 (P. G. Dirichlet, 德, 1805 ~ 1859), 104, 112, 117, 141, 151, 152
 第谷 (Tycho Brahe, 丹麦, 1546 ~ 1601), 40, 50, 59, 62
 丢番图 (Diophantus of Alexandria, 埃及, 3世纪), 20, 39, 45, 52, 95
 杜·布瓦·瑞芒 (du Bois-Reymond, 德, 1831 ~ 1889), 68, 141
 杜德美 (P. Jartoux, 法, 1668 ~ 1720), 85
 棣莫弗 (A. de Moivre, 法, 1667 ~ 1754), 131

E

恩格斯 (F. Engels, 德, 1820 ~ 1895), 11, 119

F

法尔廷斯 (G. Faltings, 德, 1954 ~), 143
 樊畿 (Fan Ky, 中-美, 1914 ~ 2010), 158
 范德瓦尔登 (B. L. van der Waerden, 荷, 1903 ~ 1996), 129, 156
 范因 (H. B. Fine, 美, 1858 ~ 1928), 157
 菲尔兹 (J. C. Fields, 加, 1863 ~ 1932), 127
 菲利普二世 (Philip II of Macedon, 马其顿, 公元前382 ~ 前336), 12
 费拉里 (L. Ferrari, 意, 1522 ~ 1565), 51, 151
 费雷 (G. Frey, 德, 1944 ~), 143
 费伦克尔 (A. A. Fraenkel, 德, 1891 ~ 1965), 134
 费罗 (S. Ferro, 意, 1465 ~ 1526), 50
 费马 (P. de Fermat, 法, 1601 ~ 1665), 45, 65, 66, 70, 95, 96, 131, 143
 费耶 (L. Fejér, 匈, 1880 ~ 1959), 141
 冯·诺伊曼 (J. von Neumann, 匈-美, 1903~1957), 134, 157
 伏尔泰 (Voltaire, 法, 1694 ~ 1778), 69, 80
 弗雷格 (L. F. G. Frege, 德, 1848 ~ 1925), 132
 弗雷歇 (M. R. Fréchet, 法, 1878 ~ 1973), 155
 弗里德曼 (M. H. Freedman, 美, 1951 ~), 142
 弗罗贝尼乌斯 (F. G. Frobenius, 德, 1849 ~ 1917), 129
 傅兰雅 (J. Fryer, 英, 1839 ~ 1928), 70, 108
 傅里叶 (J. Fourier, 法, 1768 ~ 1830), 119, 120, 141, 151
 腓特烈二世 (Friedrich II, 德, 1712 ~ 1786), 81
 腓特烈一世 (Friedrich I, 德, 1657 ~ 1713), 72
 斐波那契 (L. P. Fibonacci, 意, 约1170 ~ 1250), 30, 44, 45, 63

G

盖尔范德 (I. M. Gelfand, 苏, 1913 ~ 2009), 145, 155

- 盖仑 (Galen, 罗马, 129 ~ 199), 63
 冈特 (E. Gunter, 英, 1581 ~ 1626), 55
 高斯 (J. C. F. Gauss, 德, 1777 ~ 1855), 17, 30, 79, 88, 89, 93, 96, 97, 101-104, 106, 118, 145, 151, 152
 哥白尼 (N. Copernicus, 波, 1473 ~ 1543), 40, 49, 53, 59, 152
 哥德巴赫 (C. Goldbach, 德, 1690 ~ 1764), 96, 97, 144, 154
 哥德尔 (K. Gödel, 奥地利-美, 1906 ~ 1978), 134, 135, 158
 哥尔丹 (P. A. Gordan, 德, 1837 ~ 1912), 129
 哥伦布 (C. Columbus, 意, 1451 ~ 1506), 48, 49, 124
 戈列尼雪夫 (V. Golenishchev, 俄, 1856 ~ 1947), 5
 格拉斯曼 (H. G. Grassmann, 德, 1809 ~ 1877), 94
 格林 (G. Green, 英, 1793 ~ 1841), 118, 119
 耿寿昌 (约公元前 73 ~ 约前 49), 24
 古德里 (F. Guthrie, 英, 1831 ~ 1899), 137
 古德曼 (C. Gudermann, 德, 1798 ~ 1852), 112
 古腾堡 (J. Gutenberg, 德, 1400 ~ 1468), 48
 谷超豪 (1926 ~ 2012), 160, 163
 谷山丰 (Taniyama Yutaka, 日, 1927 ~ 1958), 143
 顾应祥 (1483 ~ 1565), 56
 关孝和 (Seki Takakazu, 日, 1642 ~ 1708), 31
 光绪 (爱新觉罗·载湉, 1871 ~ 1908), 28
 郭守敬 (1231 ~ 1316), 31, 32, 163
- H**
- 哈代 (G. H. Hardy, 英, 1877 ~ 1947), 118, 144, 160
 哈尔莫斯 (P. R. Halmos, 匈-美, 1916 ~ 2006), 2
 哈肯 (W. Haken, 美, 1928 ~), 138
 哈雷 (E. Halley, 英, 1656 ~ 1742), 68, 69, 75
 哈龙·兰希 (Harun al-Rashid, 阿拉伯, 763 ~ 809), 38
 哈密顿 (W. R. Hamilton, 爱尔兰, 1805 ~ 1865), 93, 94, 137, 138
 哈维 (W. Harvey, 英, 1578 ~ 1657), 63
 海伯格 (J. L. Heiberg, 丹麦, 1854 ~ 1928), 27
 海涅 (H. E. Heine, 德, 1821 ~ 1881), 113
 汉克尔 (H. Hankel, 德, 1839 ~ 1873), 2
 汉明帝 (刘庄, 28 ~ 75), 57
 汉谟拉比 (Hammurabi, 巴比伦, 约公元前 1810 ~ 前 1750), 6
 豪斯多夫 (F. Hausdorff, 德, 1868 ~ 1942), 131
 赫尔维茨 (A. Hurwicz, 德, 1859 ~ 1919), 125
 赫谢尔 (J. Herschel, 英, 1792 ~ 1871), 107
 赫谢尔 (W. Herschel, 英, 1738 ~ 1822), 121
 黑格尔 (G. W. F. Hegel, 德, 1770 ~ 1831), 119
 亨特 (R. A. Hunt, 美, 1937 ~ 2009), 142
 胡克 (R. Hooke, 英, 1635 ~ 1703), 62, 69
 胡列维茨 (W. Hurewicz, 波, 1904 ~ 1956), 131
 花拉子米 (al-Khowārizmī, 阿拉伯, 783 ~ 850), 38, 39, 44
 华林 (E. Waring, 英, 1734 ~ 1798), 96
 华罗庚 (1910 ~ 1985), 158-161
 华蘅芳 (1833 ~ 1902), 107, 108
 怀尔斯 (A. Wiles, 英, 1953 ~), 96, 143, 144, 146
 怀特黑德 (A. N. Whitehead, 英, 1861 ~ 1947), 132
 惠更斯 (C. Huygens, 荷, 1629 ~ 1695), 70, 81, 83, 120, 131
 惠特尼 (H. Whitney, 美, 1907 ~ 1989), 131
 惠威尔 (W. Whewell, 英, 1794 ~ 1866), 107
 霍姆伯 (B. M. Holmböe, 挪, 1795 ~ 1850), 89

霍纳 (W. G. Horner, 英, 1786 ~ 1837), 31
 霍诺里乌斯 (Honorius, 西罗马, 384 ~ 423),
 19
 霍普夫 (H. Hopf, 瑞士, 1894 ~ 1971), 131

J

基尔霍夫 (G. Kirchhoff, 德, 1824 ~ 1887),
 118
 吉拉尔 (A. Girard, 荷, 1595 ~ 1632), 88,
 92
 济格蒙德 (A. S. Zygmund, 波—美, 1900 ~
 1992), 142
 纪昀 (1724 ~ 1805), 86
 嘉当 (E. Cartan, 法, 1869 ~ 1951), 155
 嘉当 (H. Cartan, 法, 1904 ~ 2008), 156
 嘉庆 (爱新觉罗·颢琰, 1760 ~ 1820), 86
 加尔文 (J. Calvin, 法, 1509 ~ 1564), 47
 贾宪 (11 世纪上半叶), 28-31
 杰拉德 (Gerard of Cremona, 意, 1114 ~
 1187), 44
 居维叶 (G. Cuvier, 法, 1769 ~ 1832), 120
 君士坦丁大帝 (Constantine the Great, 罗
 马, 280 ~ 337), 12, 42
 伽利略 (G. Galilei, 意, 1564 ~ 1642), 40,
 49, 57, 62, 66, 67, 70, 151
 伽罗瓦 (E. Galois, 法, 1811 ~ 1832), 91,
 92, 151

K

卡尔达诺 (G. Cardano, 意, 1501 ~ 1576),
 44, 51, 151
 卡尔松 (L. Carleson, 瑞典, 1928 ~), 142
 卡诺 (L. N. M. Carnot, 法, 1753 ~ 1823),
 104, 151
 卡诺 (N. L. S. Carnot, 法, 1796 ~ 1832),
 120
 卡瓦列里 (B. Cavalieri, 意, 1598 ~ 1647),
 27, 66, 151
 卡西 (al-Kāshī, 阿拉伯, 约 1380 ~ 1429),
 41
 开尔文勋爵 (威廉·汤姆生, Lord Kelvin/
 W. Thomson, 1824 ~ 1907), 118

开普勒 (J. Kepler, 德, 1571 ~ 1630), 40,
 50, 62, 65-67, 70, 97
 凯莱 (A. Cayley, 英, 1821 ~ 1895), 92, 94,
 105, 129, 138
 凯撒 (G. J. Caesar, 罗马, 公元前 102 ~ 前
 44), 21
 康德 (I. Kant, 德, 1724 ~ 1804), 83
 康托尔 (M. B. Cantor, 德, 1829 ~ 1920),
 25
 康托尔 (G. Cantor, 德, 1845 ~ 1918), 113,
 114, 134, 141
 坎托罗维奇 (L. V. Kantorovich, 苏, 1912 ~
 1986), 155
 康熙 (爱新觉罗·玄烨, 1654 ~ 1722), 71,
 84-86
 科恩 (P. Cohen, 美, 1934 ~ 2007), 135
 柯尔莫哥洛夫 (A. N. Kolmogorov, 苏,
 1903 ~ 1987), 114, 131, 132, 142,
 155
 柯伦 (L. van Ceulen, 德, 1540 ~ 1610), 41
 柯瓦列夫斯卡娅 (S. V. Kovalevskaya, 俄,
 1850 ~ 1891), 121, 122, 154
 柯西 (A. L. Cauchy, 法, 1789 ~ 1851), 76,
 82, 111-113, 115, 116, 121, 151
 科尔培 (J. B. Colbert, 法, 1619 ~ 1683),
 120
 科赫 (H. von Koch, 瑞典, 1870 ~ 1924),
 140
 克拉默 (克莱姆, G. Cramer, 瑞士, 1704 ~
 1752), 76
 克拉维乌斯 (C. Clavius, 德, 1537 ~ 1612),
 57, 58, 97
 克莱因 (F. Klein, 德, 1849 ~ 1925), 104-
 106, 112, 116, 123-125, 151, 152
 克莱因 (M. Klein, 美, 1908 ~ 1992), 18,
 65
 克赖因 (M. G. Krein, 苏, 1907 ~ 1989),
 155
 克雷尔 (A. L. Crelle, 德, 1780 ~ 1855), 90
 克里斯蒂娜 (Christina, 瑞典, 1626 ~ 1689),
 64

- 克吕格尔 (G. S. Klügel, 德, 1739 ~ 1812), 101, 102
- 克罗内克 (L. Kronecker, 德, 1823 ~ 1891), 112, 114
- 克内泽尔 (A. Kneser, 德, 1862 ~ 1930), 84
- 肯普 (A. B. Kempe, 英, 1849 ~ 1922), 138
- 孔多塞 (M. J. A. N. C. Condorcet, 法, 1743 ~ 1794), 79, 80, 86, 120
- 孔子 (孔丘, 公元前 551 ~ 前 479), 13
- 柯克曼 (T. P. Kirkman, 英, 1806 ~ 1895), 162
- 库拉托夫斯基 (K. Kuratowski, 波, 1896 ~ 1980), 153
- 库朗 (R. Courant, 德, 1888 ~ 1972), 126, 157
- 库默尔 (E. E. Kummer, 德, 1810 ~ 1893), 97, 112
- L**
- 拉格朗日 (J. L. Lagrange, 法, 1736 ~ 1813), 69, 76, 80-83, 86, 89, 91, 96, 119, 151
- 拉克鲁瓦 (S. F. Lacroix, 法, 1765 ~ 1843), 65, 101
- 拉马努金 (S. A. Rāmānujan, 印度, 1887 ~ 1920), 37
- 拉普拉斯 (P. S. M. de Laplace, 法, 1749 ~ 1827), 39, 55, 79, 82, 115, 131, 151
- 拉瓦锡 (L. A. Lavoisier, 法, 1743 ~ 1794), 63, 120
- 拉斐尔·桑蒂 (Raffaello Senzio, 意, 1483 ~ 1520), 15, 47
- 莱布尼茨 (G. W. Leibniz, 德, 1646 ~ 1716), 17, 55, 70-72, 76, 77, 81, 83, 94, 95, 97, 135
- 莱夫谢茨 (S. Lefschetz, 俄-美, 1884 ~ 1972), 131
- 莱茵德 (H. Rhind, 苏格兰, 1833~1863), 5
- 兰伯特 (J. H. Lambert, 法, 1728 ~ 1777), 92, 102
- 朗道 (E. G. H. Landau, 德, 1877 ~ 1938), 118, 144
- 勒贝格 (H. Lebesgue, 法, 1875 ~ 1941), 129, 153
- 勒让德 (A. M. Legendre, 法, 1752 ~ 1833), 83, 101, 143, 151
- 勒威耶 (U. J. J. Le Verrier, 法, 1811 ~ 1877), 121
- 雷格蒙塔努斯 (缪勒, J. M. Regiomontanus, 德, 1436 ~ 1476), 53, 97
- 雷尼 (A. Rényi, 匈, 1921 ~ 1970), 144
- 黎曼 (G. F. B. Riemann, 德, 1826 ~ 1866), 103, 104, 106, 113, 115-117, 129, 141, 151, 152
- 李 (S. Lie, 挪, 1842 ~ 1899), 90
- 李淳风 (603 ~ 672), 27, 31
- 李善兰 (1811 ~ 1882), 26, 70, 106-108
- 李特尔伍德 (J. E. Littlewood, 英, 1885 ~ 1977), 118, 144, 160
- 李天经 (1579 ~ 1659), 58
- 李天岩 (Tien-Yien Li, 1945 ~), 140
- 李雅普诺夫 (A. M. Lyapunov, 俄, 1857 ~ 1918), 122, 154
- 李冶 (1192 ~ 1279), 29, 33
- 李约瑟 (J. T. M. Needham, 英, 1900 ~ 1995), 31, 63
- 李之藻 (约 1565 ~ 1630), 57, 58
- 李悝 (约公元前 455 ~ 前 395), 9
- 里贝特 (K. A. Ribet, 美, 1948 ~), 143
- 里夏尔 (L. Richard, 法, 1795 ~ 1849), 91
- 利玛窦 (M. Ricci, 意, 1552 ~ 1610), 57, 58, 107
- 利普希茨 (R. Lipschitz, 德, 1832 ~ 1903), 121
- 利斯廷 (J. B. Listing, 德, 1808 ~ 1882), 130
- 林德利 (J. Lindley, 英, 1799 ~ 1865 年), 107
- 林德曼 (C. L. F. von Lindemann, 德, 1852 ~ 1939), 14, 92
- 刘徽 (3 世纪), 25-27, 29, 31

- 刘维尔 (J. Liouville, 法, 1809 ~ 1882), 91, 92, 101
- 刘歆 (约公元前 50 ~ 公元 23), 24, 26
- 龙格 (C. D. T. Runge, 德, 1856 ~ 1927), 113
- 卢津 (N. N. Luzin, 苏, 1883 ~ 1950), 132, 141, 142, 155
- 卢卡斯 (E. Lucas, 法, 1842 ~ 1891), 44, 97
- 卢卡斯 (H. Lucas, 英, 1610 ~ 1663), 67
- 卢米斯 (E. Loomis, 美, 1811 ~ 1889), 107, 108
- 卢梭 (J. J. Rousseau, 法, 1712 ~ 1778), 80
- 卢伊 (H. Lewy, 德, 1904 ~ 1988), 157
- 鲁菲尼 (P. Ruffini, 意, 1765 ~ 1822), 31, 89
- 路德 (Martin Luther, 德, 1483 ~ 1546), 47
- 路易十八 (Louis XVIII, 法, 1755 ~ 1824), 120
- 路易十六 (Louis XVI, 法, 1754 ~ 1793), 101
- 路易十四 (Louis XIV, 法, 1638 ~ 1715), 120
- 陆家羲 (1935 ~ 1983), 160, 162
- 罗巴切夫斯基 (N. I. Lobachevsky, 俄, 1792 ~ 1856), 102, 154
- 罗明坚 (M. Ruggleri, 意, 1543 ~ 1607), 57
- 罗士琳 (1774 ~ 1853), 33
- 罗斯 (K. F. Roth, 英, 1925 ~), 144
- 罗素 (B. A. W. Russell, 英, 1872 ~ 1970), 17, 132-134
- 洛必达 (G. F. A. M. de L'Hôpital, 法, 1661 ~ 1704), 77, 83, 100
- 洛伦茨 (E. N. Lorenz, 美, 1917 ~ 2008), 140
- M**
- 马尔可夫 (A. A. Markov, 俄, 1856 ~ 1922), 154
- 马哈维拉 (Mahāvīra, 印度, 9 世纪), 45
- 马可·波罗 (Marco Polo, 意, 1254 ~ 1324), 48
- 马克思 (K. Marx, 德, 1818 ~ 1883), 48, 62
- 马志明 (1948 ~), 163
- 马祖尔 (S. Mazur, 波, 1905 ~ 1981), 153
- 马祖尔克维奇 (S. Mazurkiewicz, 波, 1888 ~ 1945), 153
- 麦克劳林 (C. Maclaurin, 英, 1698 ~ 1746), 76, 151
- 麦克斯韦 (J. C. Maxwell, 英, 1831 ~ 1879), 94, 119
- 麦蒙 (al-Māmūn, 阿拉伯, 786 ~ 833), 38
- 麦哲伦 (F. de Magalhaes, 葡, 1480 ~ 1521), 49
- 芒德布罗 (B. Mandelbrot, 法-美, 1924 ~ 2010), 140, 141
- 毛泽东 (1893 ~ 1976), 159, 161
- 梅钦 (J. Machin, 英, 1680 ~ 1751), 75
- 梅森 (M. Mersenne, 法, 1588 ~ 1648), 53, 96, 97, 120
- 梅文鼎 (1633 ~ 1721), 84
- 梅穀成 (1681 ~ 1763), 85
- 门奈赫莫斯 (Menaechmus, 希腊, 约公元前 380 ~ 约前 320), 17, 18
- 蒙哥 (Möngke, 蒙古, 1208 ~ 1259), 57
- 蒙日 (G. Monge, 法, 1746 ~ 1818), 65, 100, 101, 104, 105, 119, 151
- 孟德斯鸠 (B. de Montesquieu, 法, 1689 ~ 1755), 80
- 米开朗琪罗 (Michelangelo Buonarroti, 意, 1475 ~ 1564), 47
- 米塔-列夫勒 (G. M. Mittag-Leffler, 瑞典, 1846 ~ 1927), 121, 138, 139
- 明安图 (1692 ~ 1764), 85, 163
- 明治天皇 (睦仁, 日, 1852 ~ 1912), 109
- 莫德尔 (L. Mordell, 英, 1888 ~ 1972), 143
- 莫尔斯 (H. C. M. Morse, 美, 1892 ~ 1977), 157
- 默比乌斯 (A. F. Möbius, 德, 1790 ~ 1868), 105, 130
- 穆罕默德 (Mohammad, 阿拉伯, 570 ~ 632), 37
- 穆尼阁 (J. N. Smogolenski, 波, 1611 ~ 1656), 55

闵可夫斯基 (H. Minkowski, 德, 1864 ~ 1909), 125, 152
 闵明我 (P. M. Grimaldi, 意, 1639 ~ 1712), 71
 闵嗣鹤 (1913 ~ 1973), 161

N

拿破仑三世 (Napoleon III, 法, 1808 ~ 1873), 116
 拿破仑一世 (Napoleon I, 法, 1769 ~ 1821), 101, 115, 119
 纳皮尔 (J. Napier, 苏格兰, 1550 ~ 1617), 54, 55, 58
 纳西尔丁 (Nasīr al-Dīn, 阿拉伯, 1201 ~ 1274), 40, 41, 52, 101
 尼布甲尼撒二世 (Nebuchadrezzar II, 巴比伦, 公元前 630 ~ 前 562), 6
 尼伦伯格 (L. Nirenberg, 加一美, 1925 ~), 146
 牛顿 (I. Newton, 英, 1642 ~ 1727), 17, 67-70, 72, 75, 76, 79, 83, 89, 151
 纽曼 (J. R. Newman, 美, 1907 ~ 1966), 78
 纽汶蒂 (B. Nieuwentijt, 荷, 1654 ~ 1718), 75
 诺贝尔 (A. B. Nobel, 瑞典, 1833 ~ 1896), 139, 148
 诺特 (E. A. Noether, 德, 1882 ~ 1935), 129, 130, 152, 157

O

欧多克索斯 (Eudoxus, 希腊, 约公元前408~约前355), 17
 欧几里得 (Euclid of Alexandria, 希腊, 约公元前325 ~ 约前265), 16, 97, 101, 106
 欧拉 (L. Euler, 瑞士, 1707 ~ 1783), 30, 76, 78-80, 82, 83, 92, 93, 96, 97, 100, 130, 137, 143
 欧姆 (M. Ohm, 德, 1792 ~ 1872), 13

P

帕波斯 (Pappus of Alexandria, 希腊, 约290 ~ 约350), 18

帕乔利 (L. Pacioli, 意, 1445 ~ 1517), 51, 52
 帕斯卡 (B. Pascal, 法, 1623 ~ 1662), 54, 55, 70, 71, 104, 131
 潘承洞 (1934 ~ 1997), 144, 160
 潘慎文 (A. P. Parker, 美, 1850 ~ 1924), 108
 庞加莱 (H. Poincaré, 法, 1854 ~ 1912), 1, 104, 116, 122-124, 130, 132, 133, 139, 142
 庞特里亚金 (L. S. Pontryagin, 苏, 1908 ~ 1988), 139, 155
 培根 (F. Bacon, 英, 1561 ~ 1626), 62
 佩尔 (J. Pell, 英, 1611 ~ 1685), 36
 佩雷尔曼 (G. Perelman, 俄, 1966 ~), 142, 143, 148
 佩亚诺 (G. Peano, 意, 1858 ~ 1932), 132
 彭赛列 (J. V. Poncelet, 法, 1788 ~ 1867), 101, 105, 151
 皮卡 (C. E. Picard, 法, 1856 ~ 1941), 121, 155
 皮亚齐 (G. Piazzi, 意, 1746 ~ 1826), 163
 婆罗摩笈多 (Brahmagupta, 印度, 598 ~ 约665), 36, 39
 婆什迦罗第二 (Bhaskara II, 印度, 1114 ~ 约1185), 36, 37
 普莱费尔 (J. Playfair, 苏格兰, 1748~1819), 101
 普林尼 (Pliny the Elder, 罗马, 23 ~ 79), 17
 普吕克 (J. Plücker, 德, 1801 ~ 1868), 105, 106

Q

齐撒罗 (E. Cesàro, 意, 1859 ~ 1906), 141
 乾隆 (爱新觉罗·弘历, 1711 ~ 1799), 85, 86
 乔达摩·悉达多 (释迦牟尼, Gautama Siddhartha, 印度, 公元前565 ~ 前486), 8
 切比雪夫 (P. L. Chebyshev, 俄, 1821 ~ 1894), 117, 122, 131, 154

秦九韶 (约 1202 ~ 1261), 30, 31, 33, 56
丘成桐 (中一美, 1949 ~), 127, 145

R

热尔贝 (Gerbert, 法, 938 ~ 1003), 43
热尔岗 (J. D. Gergonne, 法, 1771 ~ 1859),
105
热尔曼 (S. Germain, 法, 1776 ~ 1831), 99,
121
茹利雅 (G. M. Julia, 法, 1893 ~ 1978),
141, 156
阮元 (1764 ~ 1849), 27, 29, 70, 72

S

萨顿 (G. Sarton, 比利时一美, 1884 ~ 1956),
1, 33
萨凯里 (G. G. Saccheri, 意, 1667 ~ 1733),
101-103
萨克斯 (S. Saks, 波, 1897 ~ 1942), 153
萨魏里 (H. Savile, 英, 1549 ~ 1622), 54
塞尔 (J. P. Serre, 法, 1926 ~), 91
塞尔维特 (M. Servetus, 西, 1511 ~ 1553),
63
赛尔伯格 (A. Selberg, 挪一美, 1917 ~ 2007),
117, 158
赛翁 (Theon of Alexandria, 埃及, 约335~
约 405), 21
三上义夫 (Yoshio Mikami, 日, 1875 ~ 1950),
27
僧一行 (张遂, 683 ~ 727), 36, 163
沙克夫斯基 (O. M. Sharkovsky, 乌克兰,
1936 ~), 140
沙勒 (M. Chasles, 法, 1793 ~ 1880), 54
商羯罗 (Shankara, 印度, 788 ~ 820), 7
邵逸夫 (1907 ~), 145
绍德尔 (J. P. Schauder, 波, 1899 ~ 1943),
153
沈括 (1031 ~ 1095), 28, 31, 32, 163
施罗德 (F. W. K. E. Schröder, 德, 1841 ~
1902), 95
施塔尔 (G. E. Stahl, 德, 1660 ~ 1734), 63
施泰纳 (斯坦纳, J. Steiner, 瑞士, 1796 ~

1863), 104, 162

施陶特 (K. G. C. von Staudt, 德, 1798 ~
1867), 105
释迦牟尼 (乔达摩·悉达多, Sakyamuni, 印
度, 公元前 565 ~ 前 486), 8
斯蒂费尔 (M. Stifel, 德, 1487 ~ 1567), 52,
97
斯蒂文 (S. Stevin, 荷, 1548 ~ 1620), 54,
62
斯捷克洛夫 (V. A. Steklov, 俄, 1864 ~
1926), 154
斯梅尔 (S. Smale, 美, 1930 ~), 139, 142
斯坦因豪斯 (H. D. Steinhaus, 波, 1887 ~
1972), 153
斯特林 (J. Stirling, 英, 1692 ~ 1770), 76
斯通 (M. H. Stone, 美, 1903 ~ 1989), 126
斯托克斯 (G. G. Stokes, 英, 1819 ~ 1903),
119
苏格拉底 (Socrates, 希腊, 公元前 469 ~ 前
399), 15
隋文帝 (杨坚, 541 ~ 604), 27, 28
索伯列夫 (S. L. Sobolev, 苏, 1908 ~ 1989),
155

T

塔尔斯基 (A. Tarski, 波, 1902 ~ 1983),
153, 154, 158
塔尔塔利亚 (丰坦那, N. Tartaglia, 意, 约
1500 ~ 1557), 50, 51, 151
泰勒 (B. Taylor, 英, 1685 ~ 1731), 75, 82,
151
泰勒斯 (Thales of Miletus, 希腊, 约公元前
625 ~ 约前 547), 12, 13
汤博 (C. W. Tombaugh, 美, 1906 ~ 1997),
121
汤若望 (J. A. S. von Bell, 德, 1592 ~ 1666),
59
唐纳森 (S. Donaldson, 英, 1957 ~), 142
陶哲轩 (Terrence Tao, 澳大利亚, 1975~),
127, 128
托勒密 (C. Ptolemy, 埃及, 约 90 ~ 约 165),
19, 20, 44, 49, 53

托勒密一世 (Ptolemy I Soter, 希腊, 约公元前 367 ~ 前 283), 16

托马斯·阿奎那 (Thomas Aquinas, 意, 1225 ~ 1274), 15, 44

W

瓦莱·普桑 (de la Vallée Poussin, 比利时, 1866 ~ 1962), 117, 126

外尔 (H. Weyl, 德, 1885 ~ 1955), 11, 125, 127, 131, 157

王文素 (约生于 1465 年), 56

王孝通 (7 世纪), 28

王元 (1930 ~), 144, 159, 160, 161

王恂 (1235 ~ 1281), 31

旺策尔 (P. L. Wantzel, 法, 1814 ~ 1848), 14

韦伯 (H. M. Weber, 德, 1842 ~ 1913), 92, 129

韦达 (F. Viète, 法, 1540 ~ 1603), 52, 53, 65

韦廉臣 (A. Williamson, 英, 1829 ~ 1890), 107

韦普克 (F. Woepcke, 德, 1826 ~ 1864), 40

韦塞尔 (C. Wessel, 挪, 1745 ~ 1818), 92

韦斯特福尔 (R. S. Westfall, 美, 1924 ~ 1996), 72

韦伊 (A. Weil, 法, 1906 ~ 1998), 125, 156, 158

维布伦 (O. Veblen, 美, 1880 ~ 1960), 157

维德曼 (J. Widman, 捷, 1460 ~ 约 1499), 52

维诺格拉多夫 (I. M. Vinogradov, 苏, 1891 ~ 1983), 144, 154, 155, 160

维萨里 (A. Vesalius, 比利时, 1514 ~ 1564), 63

伟烈亚力 (A. Wylie, 英, 1815 ~ 1887), 70, 107

魏尔斯特拉斯 (K. Weierstrass, 德, 1815 ~ 1897), 94, 111-113, 115, 116, 121, 139, 151

沃尔夫 (R. Wolf, 德-古巴, 1887 ~ 1981), 145

沃尔泰拉 (V. Volterra, 意, 1860 ~ 1940), 122

沃利斯 (J. Wallis, 英, 1616 ~ 1703), 65, 67, 68, 77, 151

乌拉姆 (S. M. Ulam, 波, 1909 ~ 1984), 154, 158

乌雷松 (P. S. Urysohn, 苏, 1898 ~ 1924), 155

吴健雄 (中-美, 1912 ~ 1997), 145

吴敬 (15 世纪), 56

吴文俊 (1919 ~), 26, 146, 147, 159, 160, 163, 164

X

西尔维斯特 (J. J. Sylvester, 英, 1814 ~ 1897), 157

西格尔 (C. L. Siegel, 德, 1896 ~ 1981), 145, 158

希尔伯特 (D. Hilbert, 德, 1862 ~ 1943), 96, 97, 106, 112, 114, 118, 123, 125, 126, 129, 130, 133, 134, 152

希罗多德 (Herodotus, 希腊, 约公元前 484 ~ 前 425), 5

希帕蒂娅 (Hypatia of Alexandria, 埃及, 370 ~ 415), 20, 21

希伍德 (P. J. Heawood, 英, 1861 ~ 1955), 138

谢尔品斯基 (W. Sierpinski, 波, 1882 ~ 1969), 153

谢洪赉 (1872 ~ 1916), 108

谢卡特 (W. Schickard, 德, 1592 ~ 1635), 55

谢瓦莱 (C. Chevalley, 法, 1909 ~ 1984), 156

辛格 (I. M. Singer, 美, 1924 ~), 128

辛钦 (A. Y. Khinchin, 苏, 1894 ~ 1959), 155

徐迟 (1914 ~ 1996), 161

徐光启 (1562 ~ 1633), 57-59, 107

旭烈兀 (Hulagu, 蒙古, 1217 ~ 1265), 38, 41

薛凤祚 (1600 ~ 1680), 55

Y

- 雅可比 (C. G. Jacobi, 德, 1804 ~ 1851), 90, 104, 112
亚当斯 (J. C. Adams, 英, 1819 ~ 1892), 121
亚里士多德 (Aristotle, 希腊, 公元前 384 ~ 前 322), 15, 16, 44, 135
亚历山大 (J. W. Alexander, 美, 1888 ~ 1971), 157
亚历山大大帝 (Alexander the Great, 马其顿, 公元前 356 ~ 前 323), 5, 12, 15, 16
亚历山德罗夫 (P. S. Aleksandrov, 苏, 1896 ~ 1982), 139, 155
亚尼谢夫斯基 (Z. Janiszewski, 波, 1888 ~ 1920), 152, 153
杨辉 (13 世纪), 29, 31-33
杨振宁 (中-美, 1922 ~), 145
叶戈罗夫 (D. F. Egorov, 俄, 1869 ~ 1931), 141, 154, 155
叶卡捷琳娜一世 (Catherine I, 俄, 1684 ~ 1727), 154
雍正 (爱新觉罗·胤禛, 1678 ~ 1735), 85
郁松年 (1799 ~ 1865), 31

- 袁隆平 (1930 ~), 145
约翰·保罗二世 (John Paul II, 波, 1920 ~ 2005), 62
约克 (J. A. Yorke, 美, 1941 ~), 140

Z

- 曾炯之 (1898 ~ 1940), 152
扎里斯基 (O. Zariski, 苏, 1899 ~ 1986), 157
张苍 (约公元前 256 ~ 约前 152), 24
张诚 (J. F. Gerbillon, 法, 1654 ~ 1707), 85
张衡 (78 ~ 139), 24, 26
张邱建 (5 世纪), 27
赵爽 (3 世纪), 25
甄鸾 (6 世纪), 28
郑和 (1371 ~ 1433), 48, 49
芝诺 (Zeno of Elea, 希腊, 约公元前 490 ~ 约前 425), 14
志村五郎 (Shimura Goro, 日, 1930 ~), 143
钟家庆 (1937 ~ 1987), 159
周海中 (1955 ~), 98
朱世杰 (约 1260 ~ 约 1320), 32, 33
朱元璋 (明太祖, 1328 ~ 1398), 55
祖冲之 (429 ~ 500), 25-27, 161, 163

术语索引

P 与 NP 问题, 147
 ε - δ 语言, 111–113
 n 体问题, 138, 139
3 次方程, 50, 51, 63, 88, 89
4 次方程, 51, 88, 89
5 次方程根式解, 89
ICM, 124, 127
IMU, 126

A

阿贝尔定理, 89
阿贝尔奖, 90, 142
阿拉伯帝国, 2, 37, 38, 47
阿拉伯数码, 8, 39, 43, 44
阿提卡数字, 4
阿耶波多历数书, 36
埃尔朗根纲领, 105
爱奥尼亚学派, 12, 13
奥匈帝国, 2, 135, 152

B

八股文, 55
八国联军侵华, 109
八元数, 94
巴格达学派, 38
巴格达智慧宫, 38
巴克沙利手稿, 8
巴黎科学院, 79, 80, 82, 120
柏拉图学派, 15
柏林学派, 112, 151
百科全书派, 80
百年翻译运动, 2, 38
百年战争, 45
百钱百鸡, 28
拜占庭帝国, 2, 12
倍立方体, 14, 91
本轮-均轮组合, 20
比例规, 58

笔算, 58, 84
毕达哥拉斯定理, 8, 13, 16
毕达哥拉斯学派, 13–15
变分法, 2, 77, 83, 84
波动方程, 82
波尔约奖, 122, 125
波兰数学会, 152, 153
波兰数学学派, 152
波旁王朝, 2, 101, 115
博洛尼亚大学, 43, 50, 66
伯罗奔尼撒战争, 12
伯奇和斯温纳顿-德维尔猜想, 147
不可分量原理, 27, 66
不可公度量, 13
不完全性定理, 134, 135
布尔巴基学派, 129, 155–157
布尔代数, 2, 88, 94, 95

C

参考文献, 168, 170, 171
策梅洛-费伦克尔公理系统, 134
策梅洛系统, 134
测地线问题, 83, 100
测度论, 129, 131, 132
测圆海镜, 29, 31, 86, 108
常微分方程, 81, 139
常用对数, 54
超复数, 94
陈省身猜想, 163
陈省身奖, 146
陈省身数学奖, 159
陈省身数学研究所, 146
陈氏定理, 161
陈子测日法, 24
程朱理学, 55
尺规作图, 14, 58, 89, 91, 92
崇祯历书, 58, 59
抽象代数, 2, 128, 129

筹算, 9, 25, 56, 58

出入相补, 25, 58

D

达朗贝尔判别法, 80

大测, 59

大航海时代, 48

大数定律, 77, 131

大衍求一术, 30

大衍术, 30, 33

大衍总算术, 30

代数基本定理, 88

代数结构, 129, 156

代数数论, 88, 96, 97

代数数域, 97

代数拓扑, 94, 122, 131

代数学, 39, 40, 50–52, 64, 76, 89, 93, 107,
108, 129, 130

代数学 (花拉子米), 39

导数, 81, 113

德摩根定律, 94

德萨格定理, 54

地理大发现, 48, 49

地心说, 15, 19, 49, 59

第1次数学危机, 13, 113

第2次数学危机, 76, 111

第3次数学危机, 134

第五公设, 17, 101

点集拓扑, 153

电磁场方程组, 119

雕版印刷术, 28

东罗马帝国, 12, 19

东正教, 42

动力系统, 2, 122, 132, 138, 139

杜-明九术, 85

堆垒素数论, 159, 160

对数, 54, 55, 58

对数计算尺, 55

对数螺线, 65, 98

垛积术, 31, 33

E

二次互反律, 96

F

发展中国家科学院, 146

法国大革命, 2, 79, 81, 115, 120, 151

法国科学院, 82

法国启蒙运动, 2, 79, 151

法兰西第二帝国, 115

法兰西第一帝国, 91, 115

法兰西学院, 120

泛函分析, 128, 153

梵文, 7

菲尔兹奖, 126, 127

方程的根式解, 88

非欧几何, 2, 89, 101–105

吠陀, 7, 8

费马大定理, 20, 96, 97, 143

费马数, 96

费马小定理, 96

斐波那契数列, 44

分数维数, 140, 141

分析力学 (拉格朗日), 81

分析算术化, 113

分形, 139, 141

佛教, 2, 7, 8, 57

符号代数, 20, 29, 50–52

复变函数论, 2, 89, 111, 115, 116

复数, 92, 93, 115

傅里叶级数, 119, 141, 142, 153

负数, 9, 24, 29, 51, 92

G

概率论, 2, 77, 82, 95, 108, 131, 132, 154

盖天说, 24

哥白尼革命, 2, 49

哥德巴赫猜想, 96, 143, 144, 161

哥廷根学派, 125, 126, 151, 152

割圆密率捷法, 85

割圆术, 26, 27

公教, 42

公理化, 16, 33, 57, 106, 128, 129, 131–133,
135, 156

勾股定理, 24, 25, 33

勾股圆方图, 25
 古代埃及, 2, 5
 古代巴比伦, 2, 6
 古代印度, 2, 7
 古法七乘方图, 29
 古兰经, 37
 古希腊, 2, 11, 20
 谷山-志村猜想, 143
 谷山猜想, 144
 瓜廖尔石碑, 8
 关键词, 168, 169
 诡辩学派, 14
 国际数学家大会 (ICM), 37, 39, 124
 国际数学联盟 (IMU), 126
 国际数学年, 125
 国际天文年, 62
 国家自然科学奖一等奖, 160
 国家最高科学技术奖, 160
 国子监, 27

H

哈布斯堡王朝, 2, 115
 哈雷彗星, 6, 69
 哈密顿力学, 93
 海岛算经, 27
 函数, 79, 108, 111, 112
 和算, 109
 河谷文化时期, 8
 黑暗时期, 41, 42, 44
 黑死病, 45
 蝴蝶效应, 140
 华林问题, 96
 华罗庚数学奖, 159
 华沙学派, 153
 画法几何, 101
 化学革命, 63
 化圆为方, 5, 14, 92
 黄帝九章算经细草, 28
 黄金分割, 13
 徽率, 26
 徽术, 26
 回归年, 31, 40

会圆术, 32
 浑天说, 24
 混沌理论, 140
 活字印刷术, 28
 霍纳法, 31
 霍奇猜想, 147

J

基督教, 2, 41-43, 57, 72
 缉古算经, 27, 29
 极限, 26, 112, 113
 集合论, 2, 113, 114, 128, 132, 153, 156
 级数, 77, 80, 85, 107
 几何学, 5, 12, 39, 59, 100, 105
 几何学 (笛卡儿), 64-66, 92
 几何原本, 58, 85, 107
 贾宪三角, 29, 41
 甲骨文数字, 4, 9
 甲午战争, 109
 截割原理, 27
 结构稳定性, 139
 结构主义, 156
 解析函数论 (拉格朗日), 75, 81, 94
 解析几何, 2, 63-65, 95, 107
 解析数论, 117
 金属活字印刷术, 48
 金字塔, 5, 6, 13
 京师大学堂, 109
 经典力学, 62, 68, 81, 107
 经院哲学, 43, 44, 64
 九九表, 10
 九数, 24, 26
 九章算术, 24, 25, 27-29, 31, 107
 九章算术注, 25, 26

K

卡瓦列里原理, 27, 66
 开方术, 28, 30
 开方作法本源图, 29
 开普勒定律, 62, 65, 68
 康乾盛世, 84, 86
 柯尼斯堡七桥问题, 130, 137

柯西-黎曼条件, 115, 116
 科赫曲线, 140, 141
 科举考试, 28, 55
 克拉默法则, 76
 克莱数学促进会, 118, 147, 148
 克莱因-庞加莱圆, 104
 克莱因几何学分类, 105
 克莱因瓶, 130
 克雷尔杂志, 90, 112, 118
 客去忘衣, 24
 柯克曼问题, 162
 库塔卡法, 36

L

拉普拉斯定理, 83
 拉普拉斯方程, 82
 莱布尼茨公式, 71, 80
 黎曼猜想, 118, 147, 148
 黎曼积分, 113, 129
 黎曼几何, 103
 黎曼假设, 143
 黎曼面, 116
 黎曼映射定理, 116
 理发师悖论, 134
 李-约克定理, 140
 李善兰恒等式, 107
 李约瑟问题, 63
 礼仪之争, 84
 莉拉沃蒂, 36, 37
 利沃夫学派, 153
 连续, 112, 113
 连续统假设, 114, 133-135
 零号, 8, 31, 37
 刘祖原理, 27
 流数, 68, 75, 76
 流体动力学, 78
 六艺, 24
 卢津猜想, 141, 142
 卢卡斯讲座教授, 67, 68
 吕园学派, 15
 律历渊源, 85
 罗巴切夫斯基几何, 102-104

罗马帝国, 2, 12, 19
 罗素悖论, 134
 逻辑代数, 2, 95, 132
 逻辑学, 15
 逻辑主义, 132, 133
 洛必达法则, 77

M

玛雅数字, 4
 马其顿帝国, 2, 12
 麦克劳林级数, 76
 麦克斯韦方程组, 119
 猫捉老鼠问题, 52
 矛盾律, 15
 梅森素数, 97, 98
 美国国家科学奖, 135, 146
 美国数学, 157
 美索不达米亚, 6
 蒙日学派, 101
 蒙养斋, 85
 梦溪笔谈, 28, 31, 32
 米利都学派, 12
 密率, 26
 明治维新, 2, 109
 莫德尔猜想, 143
 莫斯科数学学派, 141, 154, 155
 墨海书馆, 107
 默比乌斯带, 130

N

纳维-斯托克斯方程组, 147
 泥版, 6
 牛顿数学科学研究所, 128
 牛顿运动定律, 107
 农政全书, 57
 女数学家, 20, 21, 121, 129, 139, 154
 诺贝尔奖, 127, 145, 148

O

欧拉常数, 92
 欧拉多面体公式, 130
 欧拉恒等式, 117

欧洲 1848 年革命, 2, 115
 欧洲翻译运动, 2, 44
 欧洲中世纪, 37, 41, 51

P

帕斯卡定理, 54
 帕斯卡三角, 29, 50
 排中律, 15, 133
 庞加莱猜想, 131, 142, 143, 147
 偏微分方程, 82, 118, 119, 121
 平方数问题 I, 96
 平方数问题 II, 96
 平行公理, 16, 101
 平行公设, 17, 40, 41, 87, 101, 102
 婆罗门教, 2, 7, 8
 婆罗门数字, 4
 婆罗摩修正体系, 36
 普林斯顿高等研究院 (IAS), 157
 普鲁士王国, 2, 74

Q

期刊论文, 165
 七大奇观, 6, 16
 七大数学难题, 118
 七下西洋, 48
 乾嘉学派, 85, 86
 秦九韶法, 30
 穷竭法, 14, 16, 17
 曲面理论, 100
 曲线理论, 100

R

燃素说, 63
 热传导方程, 119
 热的解析理论, 119, 141
 日心说, 40, 48, 49, 59

S

萨凯里四边形, 101, 102
 萨魏里讲座教授, 54, 67, 128
 三大教派, 42
 三大数学家, 17, 89

三大作图问题, 14
 三等分角, 14, 91
 三段论, 64
 三角学, 20, 36, 40, 52, 53, 59, 84
 三素数定理, 144
 三体问题, 122, 138, 139
 邵逸夫奖, 145, 146
 射影几何, 2, 53, 54, 104, 105
 神圣罗马帝国, 2, 70
 绳法经, 8
 圣彼得堡科学院, 79, 92, 154
 圣彼得堡学派, 154
 圣经, 42
 圣训, 38
 施泰纳系列, 162
 十字军东征, 2, 43
 实变函数论, 2, 128, 129, 131, 141
 实数, 92, 113, 114
 实数理论, 113
 实验科学, 62
 授时历, 31
 数理精蕴, 85, 86
 数理逻辑, 2, 94, 95, 132, 134
 数论, 2, 20, 45, 89, 95, 96, 143, 144
 数书九章, 30, 31, 56, 86
 数术记遗, 28
 数学分析, 74, 79, 80, 86, 112, 115
 数学期望, 131
 数学物理方法, 78
 数学原本, 155, 156
 数学院士 (中国), 159
 斯梅尔马蹄, 139
 斯特林公式, 76
 丝绸之路, 48
 四大发明, 47
 四杰 (数学家), 79
 四库全书, 31, 86
 四色猜想, 138
 四色问题, 137, 138
 四元术, 32, 33, 108
 四元数, 93, 94

四元玉鉴, 32, 33, 86, 108
 宋元四大学数学家, 33
 苏联数学学派, 154
 素数定理, 117
 素数判定, 97, 143
 算筹, 9, 56
 算法本源, 36
 算法统宗, 56, 58, 86
 算经十书, 27, 86
 算盘书, 30, 44
 算术 (丢番图), 20, 95
 算术三角形, 29, 41
 算术研究 (高斯), 96
 算术之钥, 41
 算数书, 23
 算学启蒙, 32, 56
 孙子算经, 9, 27, 30
 孙子问题, 30

T

塔尔塔利亚三角, 50
 泰勒定理, 75
 泰勒斯定理, 13
 太平天国运动, 109
 天体力学, 68, 74, 81, 82, 107
 天体力学 (拉普拉斯), 82, 93, 94, 112
 天体运行论, 49
 天文系统之冠, 36
 天文学大成, 19, 38, 44
 天元术, 29, 32, 33, 85
 天主教, 2, 42, 43, 57
 调和方程, 82
 调和分析, 132
 同胚, 130, 142, 147
 图论, 2, 137
 兔子问题, 44
 托勒密王朝, 12, 16
 拓扑不变量, 130, 131
 拓扑结构, 156
 拓扑学, 2, 128, 130, 131

W

万有引力定律, 68, 107, 120, 121
 微分, 113, 115
 微分方程, 2, 77, 78, 120–122
 微分几何, 2, 89, 100, 101
 微分拓扑, 131
 微分中值定理, 81, 113
 微积分, 2, 68, 70, 74, 76, 79, 107, 108, 111, 115, 151
 微积分基本定理, 67, 68, 113, 129
 微积分思想, 26, 27, 66
 韦达定理, 52
 伪球面, 104
 位势方程, 82, 118
 文艺复兴, 2, 41, 46, 52, 150
 文艺复兴三杰, 47
 沃尔夫奖, 145
 沃利斯公式, 67
 无理数, 13, 92, 113
 无穷小分析, 66, 77, 111
 五曹算经, 27
 五经算术, 27
 物不知数, 28, 30

X

西班牙数码, 39
 西罗马帝国, 12, 19, 41, 42
 西学中源, 84
 希波战争, 11, 13
 希尔伯特纲领, 133, 134
 希尔伯特问题, 125, 126, 133
 希腊化时期, 11
 希腊三大数学家, 16
 希腊时期, 11–13
 希腊数学黄金时代, 16
 悉檀多时期, 35
 隙积术, 31, 33
 夏侯阳算经, 27
 弦振动方程, 82
 详解九章算法, 29, 31, 56
 向量分析, 94

象形数字, 4
 象形文字, 5
 小行星命名, 163
 楔形数字, 4
 楔形文字, 6
 新教, 42
 新千年数学奖, 147
 星云假说, 82
 形式逻辑, 15, 94
 形式主义, 133, 134
 行列式, 76, 108
 虚根, 51
 虚数, 51, 78, 92, 93, 108
 序结构, 156
 悬链线问题, 81
 选择公理, 134, 135
 学部委员, 159, 160
 学术论文, 165, 168
 学位论文, 165, 168
 雪花曲线, 140

Y

鸦片战争, 59, 107, 109
 雅典时期, 13
 雅典学院, 15
 雅利安人, 7, 8
 亚里士多德学派, 15
 亚历山大帝国, 12, 16
 亚历山大后期, 12, 19, 20
 亚历山大前期, 12, 16
 亚历山大时期, 15
 亚历山大图书馆, 16, 21, 38
 亚历山大学派, 16
 杨-米尔斯理论, 148
 杨辉三角, 29, 31
 杨辉算法, 31, 86
 耶稣教, 42
 一次不定方程, 36
 一次同余方程组, 30
 一次同余式, 30
 伊利亚学派, 14
 伊斯兰教, 2, 37-39

益古演段, 29
 印度-阿拉伯数码, 39, 43, 44
 印度教, 2, 7, 36
 英国资产阶级革命, 2, 61, 74, 151
 永乐大典, 31, 56
 犹太教, 2, 41, 42
 原本(欧几里得), 16, 38, 40, 44, 57, 58
 圆的度量, 17, 44
 圆周率, 8, 17, 26, 27, 41, 78
 圆锥曲线论, 54, 65
 圆锥曲线论(阿波罗尼乌斯), 18, 38, 44, 63
 约率, 26

Z

增乘开方法, 29-31
 摘要, 168, 169
 张邱建算经, 27
 招差术, 31-33
 哲拉里历, 40
 正负开方术, 30
 正态分布, 131
 正五角星, 13
 芝诺悖论, 14
 直觉主义, 133
 指标定理, 128
 纸草书, 5
 至大论, 19
 置换群, 91, 92
 智人学派, 14
 中法战争, 109
 中国科学院, 85, 159
 中国剩余定理, 30
 中国数学会, 126, 158, 159
 中国数学家之星, 163
 中算之进程, 109
 中心极限定理, 131
 钟家庆数学奖, 159
 周年光行差, 49
 周年视差, 49
 周氏猜测, 98
 周游世界问题, 137
 周髀算经, 23, 25, 27

珠算, 56, 109

缀术, 26, 27, 36

自然数公理, 132

自然哲学的数学原理, 68, 93, 94

宗教改革, 2, 47

祖率, 27

祖氏原理, 27

组合拓扑学, 131

最速降线问题, 83

邮票索引

$1 + 1 = 2$ (尼加拉瓜, 1971), 4

《吠陀》手稿 (毛里求斯, 1980), 8

A

阿贝尔 (挪, 1929), 89

阿贝尔 (挪, 1983), 89

阿贝尔 (挪, 2002), 90

阿尔贝蒂 (意, 1972), 53

阿基米德 (希腊, 1983), 17

阿拉伯科学 (突尼斯, 1980), 38

阿耶波多号人造卫星 (印度, 1975), 36

阿育王狮形柱头 (印度, 1947), 8

阿育王石柱 (尼泊尔, 1996), 8

埃及纸草书 (民主德国, 1981), 5

爱因斯坦 (摩纳哥, 1979), 130

爱因斯坦 (中, 1979), 50

爱因斯坦与世界物理年 (多哥, 1979), 157

爱因斯坦与世界物理年 (西, 2005), 157

奥马·海亚姆 (阿尔巴尼亚, 1997), 40

奥斯特罗格拉茨基 (苏, 1951), 102

B

巴比伦泥板和彗星 (不丹, 1986), 6

巴拿赫 (波, 1982), 153

柏拉图 (希腊, 1998), 15

柏拉图与亚里士多德 (希腊, 1978), 15

北京大学建校 100 周年 (中, 1998), 158

贝克莱 (爱尔兰, 1985), 75

贝塞尔 (尼加拉瓜, 1994), 49

比鲁尼 (阿富汗, 1973), 40

比鲁尼 (巴基斯坦, 1973), 40

毕达哥拉斯 (圣马力诺, 1983), 13

波尔查诺 (捷, 1981), 113

波尔约 F. (匈, 1975), 102

波尔约 J. (罗马尼亚, 1960), 103

波尔约 J. (匈, 1960), 103

伯努利大数定律 (瑞士, 1994), 131

布鲁诺 (保加利亚, 1998), 49

C

操作星盘的水手 (葡, 1989), 43

D

达·芬奇 (摩纳哥, 1969), 47

达·伽马 (葡, 1969), 48

达朗贝尔 (法, 1959), 82

戴德金 (民主德国, 1981), 97

迪亚士 (葡, 1945), 48

迪亚士航海 500 周年 (葡, 1987), 48

笛卡儿的方法论 (法, 1937), 65

笛卡儿叶形线 (阿尔巴尼亚, 1996), 65

笛卡儿与光学图形 (摩纳哥, 1996), 65

第一所大学, 1088: 博洛尼亚大学 (圭亚那, 2000), 43

对数螺线 (瑞士, 1987), 65

F

费马 (法, 2001), 143

冯·诺伊曼 (美, 2005), 157

G

高斯 (联邦德国, 1955), 88

高斯 (联邦德国, 1977), 93

高斯和哥廷根 (尼加拉瓜, 1994), 97

高斯和正十七边形 (民主德国, 1977), 89

哥白尼 (巴基斯坦, 1973), 49

哥白尼 (委内瑞拉, 1973), 50

哥白尼 (中, 1953), 50

哥德巴赫猜想的最佳结果 (中, 1999), 145

哥伦布 (智利, 1992), 48

哥伦布发现美洲 500 周年 (罗马尼亚, 1992), 48

格里高利十三世颁布法令 (梵蒂冈, 1982), 31

郭守敬 (中, 1962), 32

国际数学家大会 (波, 1982), 127

国际数学家大会 (德, 1998), 127

国际数学家大会 (芬, 1978), 127
 国际数学家大会 (日, 1990), 127
 国际数学家大会 (瑞士, 1994), 127
 国际数学家大会 (苏, 1966), 127, 155
 国际数学家大会 (西, 2006), 39, 127
 国际数学家大会 (印度, 2010), 127
 国际数学家大会 (中, 2002), 127
 国际数学家年 (阿根廷, 2000), 125
 国际数学家年 (比利时, 2000), 125
 国际数学家年 (捷, 2000), 125, 144
 国际数学家年 (卢森堡, 2000), 125
 国际数学家年 (摩纳哥, 2000), 125
 国际数学家年 (意, 2000), 125
 国际天文年 (巴耳他, 2009), 62
 国家图书馆之四库全书 (中, 2009), 86
 国家图书馆之永乐大典 (中, 2009), 56

H

哈雷 (中非, 1986), 69
 哈雷彗星回归 (中, 1986), 69
 哈密顿 (爱尔兰, 1943), 93
 哈密顿的四元数 (爱尔兰, 1983), 93
 哈维 (苏, 1957), 63
 胡克 (吉布提, 2006), 62
 花拉子米 (苏, 1983), 38
 华罗庚 (中, 1988), 160
 黄河壶口瀑布 (中, 2002), 9
 黄金比例·斐波那契数列 (澳门, 2007), 44
 惠更斯 (荷, 1929), 131

J

吉萨金字塔 (刚果, 1978), 5
 结绳计数 (秘鲁, 1972), 4
 九星会聚 (中, 1992), 120
 伽利略 (苏, 1964), 66
 伽利略画的月球 (阿森松, 1971), 62
 伽罗瓦 (法, 1984), 91

K

卡诺 (法, 1950), 104
 卡西 (伊朗, 1979), 41
 开普勒定律 400 周年 (德, 2009), 62

开普勒和行星系 (匈, 1980), 62
 柯瓦列夫斯卡娅 (俄, 1996), 121
 柯瓦列夫斯卡娅 (苏, 1951), 121
 柯西 (法, 1989), 115
 孔多塞 (法, 1989), 86

L

拉格朗日 (法, 1958), 82
 拉马努金 (印度, 1962), 37
 拉普拉斯 (法, 1955), 115
 拉普拉斯 (莫桑比克, 2001), 82
 莱布尼茨 (阿尔巴尼亚, 1996), 71
 莱布尼茨 (联邦德国, 1980), 70
 莱布尼茨 (罗马尼亚, 1966), 71
 莱布尼茨和图解 (德, 1996), 71
 莱布尼茨在汉诺威 (圣文森特, 1991), 71
 李雅普诺夫 (苏, 1957), 122
 利玛窦 (台湾, 1983), 57
 刘徽 (中, 2002), 25
 刘徽对 π 的估算值 (密克罗尼西亚, 1999),
 26
 卢津 (俄, 2000), 141
 罗巴切夫斯基 (苏, 1951), 102
 罗巴切夫斯基 (苏, 1956), 102

M

麦哲伦 (圣文森特, 1988), 49
 梅森素数与对数螺线 (列支敦士登大公国,
 2004), 98
 蒙日 (法, 1953), 104
 蒙日 (法, 1990), 100
 莫佩蒂测地团 (芬, 1986), 83
 默比乌斯带 (巴西, 1967), 130

N

纳皮尔的对数 (尼加拉瓜, 1971), 55
 纳西尔丁 (伊朗, 1956), 40
 牛顿 (波, 1959), 67
 牛顿 (苏, 1987), 68
 牛顿 (越南, 1986), 67
 牛顿的万有引力 (摩纳哥, 1987), 69
 牛顿二项式定理 (朝鲜, 1993), 68

牛顿与光学 (德, 1993), 69

O

欧几里得 (马尔代夫, 1988), 16

欧几里得 (梵蒂冈, 1986), 16

欧拉 (瑞士, 1957), 78

欧拉多面体公式 (瑞士, 2007), 130

欧拉在俄罗斯 (苏, 1957), 100

P

帕乔利 (意, 1994), 51

帕斯卡 (法, 1944), 71

帕斯卡 (法, 1962), 131

帕斯卡 (摩纳哥, 1973), 54

庞加莱 (法, 1952), 122, 124

苹果和《自然哲学的数学原理》(英, 1987),
69

Q

切比雪夫 (苏, 1946), 117

秦始皇陵兵马俑 (中, 1983), 23

R

热尔贝 (法, 1964), 43

日本算盘 (日, 1987), 56

茹利雅集分形图 (以色列, 1997), 141

S

三国演义之空城计 (中, 1998), 25

沈括 (中, 1962), 31

世界哥伦布博览会 (美, 1893), 124

手指计数 (伊朗, 1966), 4

斯蒂文 (比利时, 1942), 54, 62

苏美尔计数泥版 (文达, 1982), 6

算术三角形 (利比里亚, 1999), 29

T

泰勒斯 (希腊, 1994), 12

汤若望 (台湾, 1992), 59

托勒密的行星系 (布隆迪, 1973), 49

W

文字 5000 年 (伊拉克, 2001), 4

五四运动六十周年 (中, 1979), 109

X

希尔伯特 (刚果, 2001), 126, 130

谢尔品斯基 (波, 1982), 153

谢卡特计算机 (德, 1973), 55

行星的椭圆运动 (英, 1987), 69

徐光启 (中, 1980), 58

雪花 (保加利亚, 1970), 140

Y

亚里士多德 (乌拉圭, 1996), 15

亚里士多德 (希腊, 1978), 15

亚历山大灯塔 (匈, 1980), 16

亚尼谢夫斯基 (波, 1982), 152

伊斯坦布尔的天文学家 (阿森松, 1971), 38

Z

郑和下西洋 580 周年 (中, 1985), 48

郑和下西洋 600 周年 (香港, 2005), 48

中国算盘 (利比里亚, 1999), 56

中岳古庙 (中, 1995), 32

祖冲之 (中, 1955), 26

后 记 一

20 世纪 80 年代中期,我读了张奠宙、赵斌的《二十世纪数学史话》和胡作玄的《布尔巴基学派的兴衰》,对数学史产生了最初的兴趣,并学习了 M. 克莱因的名著《古今数学思想》.我长期在高等专科学校从事数学教学工作,如何教好数学,并引导同学们认识数学、了解数学、热爱数学、欣赏数学尤显迫切与重要.这一直是我认真思考并努力实践的方向.2002 年,伴随着北京国际数学家大会的召开,及 R. J. 威尔逊的《邮票上的数学》在中国出版,重新燃起了我对数学史的热情.2002 年夏季,我在福建省宁德市中学数学骨干教师培训班上,结合胡作玄、邓明立的《20 世纪数学思想》,作了我的首场数学史演讲.2003 年秋季起,我在宁德师范高等专科学校开设“数学史”课程,主要以李文林的《数学史教程》或《数学史概论》为教材,引起了同学们的强烈反响,也促使我再次反思数学史在数学教育及宣扬数学思想中的作用.以此动机,我在国内的高校和中学作了几十场的数学史专题演讲.

我曾做过多次的问卷调查,不要说刚跨入大学的中学毕业生,就是大学数学专业的毕业生,甚至研究生,对于数学学科发展的历程也知之甚少.尽管学了不少数学知识,但即使对近代以前的数学发展之路也了解不多,把数学与文化相隔离甚至相对立者为数不少.原因之一可能在于我们把“数学史”作为一门课程,作为一个研究方向,强调其理论性、学术性及思想性,而忽略了其必备的科学素养与人文知识之功效,致使初学者难以持续,学习者兴趣不高,自学者寥寥无几.

“国际数学年”确立的“使数学及其对世界的意义被社会所了解,特别是被公众所了解”的宗旨是本演讲追求的目标.

本书是一本科普读物,当然可作为数学史课程的教材,但又有别于一般的教材,更适合于不同层次的公众了解数学进程的需要,起点不高(大部分内容只要具备高中以上数学知识就可阅读),内容广泛.它既讲述了初等数学的发展,各个历史时期中国数学的状况,又重点介绍了在传统的几何、代数、三角的基础上发展起来的近代数学的主要成就,同时以通俗的语言介绍了近现代一些数学分支的精彩片段.本书的另一突出特点是配有光盘,各讲均有作者在多年演讲基础上不断充实、努力完善的多媒体课件,增强了可读性、趣味性与实用性.本人不敢奢望它能使您感受到“充满阳光的数学”,但它会把您从所谓“枯燥无味的数学”中解脱出来,回到“没有眼泪的数学”,并与您一同进入一个如诗如画的境界,对历代数学家所建立的无与伦比的大厦既敬仰又亲切.

虽然作者对于数学史有浓厚的兴趣,并且在资料收集、手稿修改和课件制作等方面花费了不少时间,但究竟只是学习数学史过程中的一名新兵和“业余爱好者”,所以对于古今中外的数学史少有钻研,既缺少第一手的数学史资料,又在浩如烟海的数学史文献中涉猎极少,对于一些有争议或不一致的意见尚难鉴别,所以本书定有不少的疏漏与失当.此外,本人学识粗浅,对于历史与文化缺乏了解,材料的取舍未必能起到反映数学的主流思想和重要成就的目的,不足之处在所难免,望同行学长和读者批评、指正(可来函或发 E-mail 至 shoulin60@163.com).

本书中外国数学家的中文译名主要参考全国自然科学名词审定委员会公布的《数学名词》(科学出版社,1993)、《中国大百科全书(数学卷)》和《数学辞海》,感谢责任编辑张扬先生的辛勤工作.

本书的出版受到福建省自然科学基金(项目编号:2009J01013)的资助.南京大学师维学教授设计了文档格式,宁德师范高等专科学校郑春燕讲师编排了全书的索引并做了部分文字编辑工作,特此致谢.同时,特别感谢参考文献的各位作者,他们为我完成本演讲提供了丰富的史料.

谨以本书献给我在宁德师专最尊敬的老师黄子卿(1938~1996年)副教授.

作 者

2009年7月于宁德师范高等专科学校

数学研究所

后 记 二

本书自 2010 年 1 月出版以来, 我已在宁德师范学院、漳州师范学院开设过“数学史”课 4 次, “数学之旅”课 3 次, 同时在福建省多所高校及中学作数学史讲座, “数学史”课程也于 2010 年 6 月被评为福建省精品课程.

国内外的数学史书大都内容丰富、长篇巨著, 本书只能算是一数学史的小册子. 每一讲所提供的内容仅是数学的发展线索, 要在 90 分钟内品味博大精深的数学成就其本身就是给主讲者出一道题, 所以第 2 版的纸质内容比初版精减了些, 光盘课件也作了相应的调整, 一则为教师及同学使用本书提供了较广阔的准备空间, 二则也保证了初版独立存在的价值. 此外, 一些读者对于光盘中展示的邮票表示了极大的兴趣, 所以第 2 版新增了邮票索引, 在此特别感谢威尔逊的《邮票上的数学》, 因为部分珍贵的邮票来自该书.

如何使用本书给学生授课? 在数学专业中, 我采用过两种方式: 一是教师全程主讲为主 (约占 80%), 提问部分数学史问题为辅 (约占 20%); 二是教师讲解部分较专业的数学史内容 (约占 50%), 同学讲解、教师点评部分较基本的数学史内容 (约占 50%). 在非数学专业中, 我采用过三种方式: 一是教师讲解部分较专业的数学史内容 (约占 65%), 同学讲解、教师点评部分较基本的数学史内容 (约占 35%); 二是不按书中安排好的演讲次序, 以 12 个专题为线索与同学交流, 其中教师主讲、点评与同学讲述各占 80% 与 20%; 三是教师选讲 12 个专题中的 7~8 个专题 (约占 50%), 同学选讲、教师点评部分较基本的数学史内容 (约占 50%). 无论哪种方式, 均在课程结束前安排 15% 的时间用于同学报告学期论文及教师点评.

12 个专题的简要内容如下, 光盘课件也已准备就绪, 希望有时机以《数学之旅》为名出版, 其实每一专题都是一个独立的讲座材料:

第 1 专题: 河谷晨曦, 介绍数学的起源与早期发展, 部分材料来自第 1 讲.

第 2 专题: 喷薄出海, 介绍古代西方数学的代表——古代希腊数学, 部分材料来自第 2 讲.

第 3 专题: 日照东方, 介绍古代东方数学的代表——中国传统数学, 部分材料来自第 3 讲.

第 4 专题: 方程曲直, 介绍 16~19 世纪关于代数方程根式解的进展, 部分材料来自第 5、8 讲.

第 5 专题: 巅峰对决, 介绍牛顿、莱布尼茨关于微积分的工作及优先权的争论, 部分材料来自第 6、7 讲.

第 6 专题: 云雾几何, 介绍欧几里得第五公设的发展及非欧几何的创立, 部分材料来自第 9 讲.

第 7 专题: 西学东渐, 介绍西方数学传入中国的历程, 部分材料来自第 5、7、9 讲.

第 8 专题: 天上人间, 介绍哥白尼革命、经典力学及天体力学的创立, 部分材料来自第 5、6、7、10 讲.

第 9 专题: 灿烂星空, 介绍菲尔兹奖、阿贝尔奖和沃尔夫奖的一些获奖者及他们的工作, 部分材料来自第 11、12 讲.

第 10 专题: 繁花似锦, 介绍 19 ~ 20 世纪世界数学中心的迁移及一些数学学派, 部分材料来自第 13 讲.

第 11 专题: 红颜薄命, 介绍历史上几位著名的女数学家, 部分材料来自第 2、8、10、11 讲.

第 12 专题: 数学人生, 介绍几位数学家的曲折人生, 部分材料来自第 11、13 讲.

授课方式不同, 效果亦有差别. 强调了数学史的科学性, 课堂的气氛及同学的参与度较差; 突出了同学们的主动性, 课程的完整性及应掌握的知识受到限制. 如何融科学性与生动性于一体? 此外, 同学们的兴趣与要求不尽相同, 寻求更适合的教学方式是给主讲者出的另一道题. 3000 年的数学史, 无论哪位教师都难以在小学时的课程中做出全面的介绍, 教师应当做出选择. 本人希望通过教师 10 多个小时的热情讲解、针对性强的点评及同学们的主动参与, 与大家一同分享数学的魅力, 感受数学的作用, 进而达到相识数学、体会数学与品味数学.

第 2 版的出版受到宁德师范学院服务“海西”项目(编号: 2011H301)及本人所主持的国家自然科学基金项目(编号: 10971185)的资助. 特别感谢中国科学院数学与系统科学研究院李文林研究员及东华大学人文学院徐泽林教授的鼎力推荐.

作 者

2012 年 3 月于宁德师范学院
数学研究所