文章编号:1004 - 2911(1999)04 - 0241 - 07

《广义度量空间与映射》的正则性 *

林　寿

(宁德师范高等专科学校数学系,福建宁德　352100)

摘要:正则性是拓扑学中熟知的分离公理. 分析了著作《广义度量空间与映射》中的正则性条件,获得了若干 T_2 空间中的广义度量定理,构造了几个反例说明某些众所周知的结论中正则性是必不可少的,提出了一些尚未解决的问题供探讨.

关键词:正则空间,广义度量空间,连续映射

中图分类号:O 189. 11　　**文献标识码**:A

拓扑空间 X 称为 T_2 空间或具有 T_2 分离性若对 X 中任意不同的两点 x 和 y 存在 X 的分别含有 x 和 y 的互不相交的开集 U 和 V; X 称为正则空间或具有正则(分离)性若对 X 的任意开集 U 及 U 中的任意点 x 存在 X 的含有 x 的开集 V 使得 V 在 X 中的闭包含于 U 中.《广义度量空间与映射》一书所论空间至少是具有 T_2 分离性的拓扑空间,其中相当部分的结果附加了正则性[1]. 对拓扑空间分离性的探讨起源于本世纪初[2],不少的广义度量空间论文或著作都要求所论的空间均具有正则性[2,3,4]. 存在具有可数基的不可度量化的空间说明了正则性对于广义度量理论的重要性,但象 σ 空间的 g 函数刻画等一批经典的广义度量定理并没有使用正则性,许多的覆盖性质在不附加分离性的条件下更是获得了满意的特征,这促使我们重新全面地审视《广义度量空间与映射》中的正则性.

《广义度量空间与映射》中正则性的使用一方面是由于空间自身对正则性的要求而必须附加的条件,如 g 可度量空间,(mod k) 可度量空间,M_i 空间,$\aleph_0$ 空间,$\aleph$ 空间,cosmic 空间,k 半层空间,Moore 空间,σ 空间等都设该空间是正则空间,但也有一些结果是可以在不附加正则性的条件下获得的. 尽管正则性是一熟知的拓扑性质,我们还是获得了一些新认识,如证明了强 Σ^* 空间是次仿紧空间,具有可数弱基的空间未必是可分度量空间的商紧映象等.

本文未特别说明的空间均指具有 T_2 分离性的拓扑空间,映射是连续的满函数,未指明出处的定义、命题、引理、定理、推论和例均指[1]中的相应结果. 为了查找与核对的方便各节中命题等的排列基本上按原书的顺序.

1　必不可少的正则性条件

本节列举《广义度量空间与映射》中几个使用正则性条件且不可减弱为 T_2 分离性的命题. 为了保持原书命题的完整性,一些与该命题相关的在 T_2 空间中成立的结论也一并列出.

1. 1　定理 1. 3. 2,定理 2. 5. 7,定理 2. 5. 10,定理 2. 5. 17,引理 2. 8. 13,定理 2. 8. 14. 具有可数基的空间未必是正则空间. 见 4. 1.

1. 2　引理 1. 4. 8,命题 1. 4. 9(2),命题 1. 4. 11. σ 闭离散空间未必具有 G_δ^* 对角线. 见 4. 2.

收稿日期:1999 - 08 - 01
作者简介:林　寿(1960 -),男,教授
*福建省自然科学基金资助课题(A97025)及福建省"百千万"人选培养资金资助课题

1.3 定理 1.7.7(1). 具有点 G_δ 性质的可数紧空间未必是第一可数空间[5].

1.4 推论 2.8.3, 推论 2.8.5, 推论 2.8.7. 可分度量空间的紧覆盖开映象未必是正则空间. 见 4.1.

1.5 定理 2.8.6, 推论 2.8.9. (5) ⇔(3) ⇔(2) ⇔(1) ⇒(4). (4)/⇒(1). 具有局部可数 k 网的空间未必具有局部可数 cs* 网. 见 3.1 及 4.3.

1.6 定理 2.8.14. (7) ⇔(6) ⇒(4) ⇔(3) ⇔(2) ⇔(1) ⇒(5). (a) (4)/⇒(6). 可分度量空间的开映象未必是正则空间; (b) (5)/⇒(1). 具有局部可数 k 网的 Fréchet 空间未必具有局部可数 cs* 网. 见 4.1 及 4.3.

1.7 推论 2.9.15. (1) ⇒(2) ⇒(3). (3)/⇒(2). g 第二可数空间未必是可分度量空间的商π映象. 见 4.1 及 5.3.

1.8 推论 2.9.16. (1) ⇒(2) ⇒(4) ⇔(5) ⇔具有局部可数 cs* 网的 g 第一可数空间 ⇒(3). (a) (4)/⇒(2). 具有局部可数弱基的空间未必是度量空间的商, π, ss 映象; (b) (3)/⇒(5). 具有局部可数 k 网的 g 第一可数空间未必具有局部可数的 cs* 网. 见 4.1, 4.3 及 5.3.

1.9 定理 2.10.7. (1) ⇒(2). (2)/⇒(1). 度量空间(仿紧 M 空间)的σ局部有限映象未必具有σ局部有限闭网(强 Σ空间). 见 4.1.

1.10 定理 3.1.4. (1) ⇒(4) ⇔(5) ⇔(6). (4)/⇒(1). 具有点可数 k 网的强 Fréchet 空间未必具有点可数基. 见 3.2 及 4.3.

1.11 定理 3.2.15. 具有σ离散(mod k)网的空间未必是 Σ空间. 见 4.1.

1.12 命题 3.3.18. (1) ⇔(2) ⇔(3) ⇔(4) ⇐(5) ⇔空间 X 具有σ闭包保持闭伪基. (4)/⇒(5). 具有可数基的空间未必是半层空间. 见 4.1.

1.13 推论 3.5.3, 定理 3.5.4. 可展空间未必存在 p 序列. 见 4.3.

2 省略正则性条件

本节列举《广义度量空间与映射》中若干使用正则性条件但可减弱为 T_2 分离性的命题, 这些结果的证明若没有指明出处则表明从原命题的证明过程中可见没有使用正则性.

2.1 定理 1.7.7(2).

2.2 定理 2.5.7. 具有σ遗传闭包保持 k 网的 Fréchet 空间是 Lašnev 空间[6, 定理 1].

2.3 推论 2.8.7. 空间 X 具有可数 k 网当且仅当 X 是可分度量空间的序列覆盖(或紧覆盖, 序列商)映象. 见 3.1.

2.4 推论 3.1.11. 具有点可数 p - k 网的强 Σ空间具有σ局部有限闭网. 见 3.4.

2.5 定理 3.2.5. 强 Σ* 空间是次仿紧空间. 见 3.5.

2.6 定理 3.2.15. 具有σ离散闭(mod k)网 ⇔(2) ⇔(3) ⇔(4). 见 3.6.

2.7 命题 3.2.18. 设 $f: X \to Y$ 是具有 Lindelöf 纤维的闭映射. 如果 X 是强 Σ空间, 则 Y 也是强 Σ空间. 见 3.7.

2.8 定理 3.3.1. 具有σ离散闭网 ⇔具有σ局部有限闭网 ⇔具有σ闭包保持闭网 ⇔X 存在σ函数.

2.9 推论 3.3.2. 具有σ离散闭网 ⇔(2) ⇔(3).

2.10 命题 3.3.4. 所列映射保持具有σ离散闭网的空间.

2.11 命题 3.3.5. 具有 G_δ 对角线的空间如果是具有σ局部有限闭网空间的完备逆映象

必具有 σ 局部有限闭网. (利用 2.9)

2.12 推论 3.3.6. 具有 G_δ 对角线的空间如果是具有可数网的空间的完备逆映象必具有可数网. (利用定理 2.8.4, 证明类似定理 3.8.9)

2.13 命题 3.3.11(3). 具有 G_δ 对角线的空间如果是半层空间的完备逆映象必是半层空间. 见 3.8.

2.14 引理 3.3.13. 若将 f 加强为完备映射,则可不要求 X 是正则空间. 见 3.9.

2.15 推论 3.3.14(3). 具有 G_δ 对角线的空间如果是半度量空间的完备逆映象必是半度量空间. (利用 3.8 和 3.9)

2.16 定理 3.5.9(2). 设 $f: X \to Y$ 是闭映射,其中 X 是可展空间(具一致基的空间), Y 是第一可数空间,那么 Y 是可展空间(具一致基的空间) [7, 命题 4 的推论].

2.17 定理 3.5.12. 设 $f: X \to Y$ 是完备映射,其中 Y 是可展空间(具一致基的空间), X 具有 G_δ 对角线,那么 X 是可展空间(具一致基的空间). (利用命题 3.5.11, 2.13 和 2.1)

3　T_2 空间中的一些广义度量定理

本节公布几个 T_2 空间中的广义度量定理, 它们的证明将另文发表.

3.1 定理　对于空间 X,下述条件相互等价:

(1) X 具有局部可数 cs* 网.

(2) X 具有局部可数 cs 网.

(3) X 具有局部可数紧有限分解网.

(4) X 是度量空间的紧覆盖 ss 映象. (定理 2.8.6)

3.2 定理　对于空间 X,下述条件相互等价, 且蕴含 X 是第一可数空间.

(1) X 是具有点可数 k 网的强 Fréchet 空间.

(2) X 是具有点可数 sk 网的 k 空间.

(3) X 是具有点可数 sk 网的 c 空间. (定理 3.1.4)

3.3 定理　具有严格 p 序列和点可数 p - k 网的空间是可展空间. (命题 3.1.8)

3.4 定理　具有点可数 p - k 网的强 Σ 空间具有 σ 局部有限闭网. (推论 3.1.11)

3.5 定理　对于空间 X,下述条件相互等价:

(1) X 是强 Σ^* 空间.

(2) X 是次仿紧的 Σ^* 空间.

(3) X 是等紧的 Σ^* 空间. (定理 3.2.5)

3.6 定理　对于空间 X,下述条件相互等价:

(1) X 是强 Σ 空间.

(2) X 是次仿紧的 Σ 空间.

(3) X 是等紧的 Σ 空间.

(4) X 有 σ 离散闭(modk) 网. (定理 3.2.15)

3.7　定理　设 $f: X \to Y$ 是具有 Lindelöf 纤维的闭映射. 如果 X 是强 Σ 空间, 则 Y 也是强 Σ 空间. (命题 3.2.18)

3.8　定理　设 $f: X \to Y$ 是完备映射. 如果 X 有 G_δ 对角线且 Y 是半层空间, 那么 X 是半层空间. (命题 3.3.11(3))

3.9 定理 设 $f: X \to Y$ 是闭映射, Y 是第一可数空间. 若每一 $f^{-1}(y)$ 是 X 的第一可数的紧子集,则 X 是第一可数空间. (引理 3.3.13)

3.10 定理 设 $f: X \to Y$ 是完备映射. 如果 Y 是次仿紧空间, 则 X 是次仿紧空间. (附录一命题 3.2)

4 例

本节为第 1 节中关于正则性是必不可少的条件提供例子说明.

4.1 例 R 的点无理扩张拓扑空间 X[8,例 69].

(1) X 不是正则空间.

(2) X 具有可数基.

(3) X 是可分度量空间的紧覆盖开映象.

(4) X 是度量空间的 σ 局部有限映象.

(5) X 不是可数亚紧空间.

(6) X 不是度量空间的商 π 映象.

证明 令 Q 是实数集 R 中的全体有理数, $D = R \setminus Q$, τ 是 R 的欧氏拓扑, 在 $X = R$ 上赋予点无理扩张拓扑(pointed irrational extension topology) $\tau^* = \{\{x\} \cup (D \cap U) : x \in U \in \tau\}$,称 (X, τ^*) 为点无理扩张拓扑空间.

文[8]已证明了 X 是 T_2,非正则, 具有可数基的空间. 由命题 2.4.3, X 是可分度量空间的紧覆盖开映象. 由定义 2.10.1, X 是度量空间的 σ 局部有限映象.

为证明 X 不是可数亚紧空间, 我们引用 Ishikawa[9]的可数亚紧空间的下述刻画: 若 $\{F_n : n \in N\}$ 是 X 的递减的闭子集列且 $\bigcap_{n \in N} F_n = \emptyset$,则存在 X 的开子集列 $\{G_n : n \in N\}$ 使得每一 $F_n \subset G_n$ 且 $\bigcap_{n \in N} G_n = \emptyset$. 记 $Q = \{r_n : n \in N\}$, 对每一 $n \in N$,令 $F_n = \{r_i : i \geq n\}$, 因为 Q 是 X 的离散子集, $\{F_n : n \in N\}$ 是 X 的递减的闭子集列且 $\bigcap_{n \in N} F_n = \emptyset$,若 X 是可数亚紧空间,则存在 X 的开子集列 $\{G_n : n \in N\}$ 使得每一 $F_n \subset G_n$ 且 $\bigcap_{n \in N} G_n = \emptyset$. 对每一 $n \in N$ 和 $x \in F_n$, 存在 $U(n, x) \in \tau$ 使得 $x \in U(n, x)$, $U(n, x) \cap \{r_i : i < n\} = \emptyset$ 且 $\{x\} \cup (D \cap U(n, x)) \subset G_n$,于是 $U(n, x) = (U(n, x) \cap Q) \cup (U(n, x) \cap D) \subset G_n$, 从而有 $O_n \in \tau$ 使得 $F_n \subset O_n \subset G_n$, 因此 $\bigcap_{n \in N} O_n = \emptyset$,这与 τ 是 Baire 拓扑相矛盾, 所以 X 不是可数亚紧空间, 于是 X 也不是次仿紧空间.

若 X 是度量空间的商 π 映象,由于 X 是第一可数空间,则 X 是度量空间的伪开 π 映象, 再由定理 2.9.11 知 X 是半度量空间,从而 X 是次仿紧空间,矛盾. 因此, X 不是度量空间的商 π 映象.

4.2 例 Светличный 空间 X[10, 引理 3].

(1) X 不是正则空间.

(2) X 是 σ 闭离散空间.

(3) X 不具有 G_δ^* 对角线.

证明 我们介绍在[10, 引理 3]中 Светличный 把任意的恰有一个非孤立点的空间表示为一个具有 σ 闭离散空间的开紧映象的方法, 构造所需要的空间.

取 Y 是任一恰有一个非孤立点的不具有点 G_δ 性质的 T_2 空间, 记 Y 的非孤立点为 a 并让 $Z = Y \setminus \{a\}$, 那么 Z 是 Y 的开离散子空间. 点 a 在 Y 中的邻域基元形如 $W(U) = \{a\} \cup U$,其中 $U \subset Z$. 定义集合 $X = Y \cup (Z \times \{1, 1/2, 1/3, \cdots\})$, 并赋予 X 如下拓扑: 对每一 $n \in N$, $Z \times$

$\{1/n\}$是 X 的开离散子空间; 对每一 $z\in Z$, z 的邻域基元形如 $W(n,z)=\{z\}\cup\{(z,1/k):k\geq n\}$, $n\in N$; a 的邻域基元形如 $W(n,U)=\{a\}\cup(\cup\{U\times\{1/k\}:k\geq n\})$, $n\in N$ 且 $W(U)$ 是 a 在空间 Y 中的邻域基元. 那么 X 是非正则的 T_2 空间, Z 及每一 $Z\times\{1/n\}$都是 X 的闭离散子空间,于是 X 是σ闭离散空间, 从而 X 是具有 G_δ 对角线的次仿紧空间.

如果空间 X 具有 G_δ^*对角线,则有 X 的开覆盖的序列$\{\mathbf{P}_n\}$使得$\{a\}=\cap_{n\in N}\overline{\mathrm{st}(a,\mathbf{P}_n)}$, 那么对每一 $n\in N$ 存在点 a 在 X 中的某邻域基元 $W(k(n),U_n)$使得 $a\in W(k(n),U_n)\in\mathbf{P}_n$, 因此$\{a\}\in\cap_{n\in N}W(U_n)\subset\cap_{n\in N}(W(k(n),U_n)\cup W(U_n))=\cap_{n\in N}\overline{(W(k(n),U_n)}\subset\cap_{n\in N}\overline{\mathrm{st}(a,P_n)}=\{a\}$, 即$\{a\}=\cap_{n\in N}W(U_n)$, 所以 a 在 Y 中具有点 G_δ 性质,矛盾. 故空间 X 不具有 G_δ^*对角线性质.

4.3 例　半园盘拓扑空间 X[8, 例 78].

(1) X 不是正则空间.

(2) X 是可展空间.

(3) X 不是 metalindelöf 空间.

(4) X 不具有点可数的 cs *网.

(5) X 具有局部可数且σ离散的 k 网.

(6) X 不存在 p 序列①.

证明　记 τ 是平面 R^2 的欧氏拓扑, $S=\{(x,y):x,y\in R,y>0\}$, $L=\{(x,0):x\in R\}$且 $X=S\cup L$. 在 X 上赋予半园盘拓扑(half - disc topology) $\tau^*=\{\tau_{1X}\}\cup\{\{x\}\cup(S\cap U):x\in L,U\in\tau\}$,称$(X,\tau^*)$为半园盘拓扑空间.

文[8]已证明了 X 是 T_2,非正则,可分,非 Lindelöf, 第一可数空间. 利用 R^2 的球形邻域易验证 X 是可展空间. 由于可分的 metalindelöf 空间是 Lindelöf 空间, 所以 X 也不是 metalindelöf 空间,从而 X 不具有点可数基, 由定理 3.1.4 知 X 不具有点可数的 cs *网.

X 具有局部可数且σ离散的 k 网. 对 $x\in R^2$, $r>0$,记 $B(x,r)$为(R^2,τ)的中心在 x 半径为 r 的开球. 置$\mathbf{P}=\{\{p\}:p\in L\}\cup\{B(q,1/n)\cap S:q$ 的两个坐标均是有理数, $n\in N\}$. 由于 L 是 X 的离散闭子集, 所以$\mathbf{P}$是 X 的局部可数且σ离散的集族,往证它是 X 的 k 网. 设 K是X的紧子集, U是 X 的包含 K的开子集. 对每一 $x\in X$,让$\{P\in\mathbf{P}:x\in P\subset U\}=\{P_n(x):n\in N\}$, 那么 K由$\{P_n(x):x\in K,n\in N\}$的某有限子集所覆盖. 若不然, 则存在 K中的序列$\{p_n\}$使得对每一 $i,j<n$ 有 $p_n\notin P_i(x_j)$. 因为 K是第一可数的,存在$\{p_n\}$的子序列$\{p_{n_k}\}$收敛于 $p\in K$,于是存在 $P\in\mathbf{P}$和$\{p_{n_k}\}$的子序列 T使得 $T\subset P\subset U$. 事实上,由于 L 是离散的,不妨设所有的 $p_{n_k}\in S$,则在 τ中 $p_{n_k}\to p$,又由于$\{B(q,1/n):q$ 的两个坐标均是有理数, $n\in N\}$是 τ的可数基,于是存在两个坐标均是有理数的点 q,和自然数 h,m 使得$\{p\}\cup\{p_{n_k}:k\geq h\}\subset B(q,1/m)\subset U$,从而$\{p_{n_k}:k\geq h\}\subset B(q,1/m)\cap S\subset U$. 因而,对某个 $i,j\in N$ 有 $P=P_i(x_j)$,取 $n>i,j$ 使得 $p_n\in P$,这是一个矛盾. 因此$\mathbf{P}$是 X 的 k 网.

最后证明 X 不存在 p 序列. 若不然, 则存在 X 的开覆盖列$\{\mathbf{U}_n\}$满足: * 对每一 $x\in X$, $n\in N$,若 $x\in U_n\in\mathbf{U}_n$,则

* ①该性质由商丘师范高等专科学校的李克典副教授提供.

$(a)\ D_x = \cap_{n\in N}\overline{U_n}$是 X 的紧子集.

$(b)\ \{\cap_{n\le k}\overline{U_n}: k\in N\}$是 D_x 在 X 中的网.

现在,取定 $x=(0,0)\in X$,对每一 $n\in N$,存在 x 在 X 中的开集 $U_n\in \mathbf{U}_n$,取 x 在 X 中的基本开集$\{x\}\cup(S\cap B(x,2r_n))\subset U_n$,其中 $r_{n+1}<r$,设 $x_n=(x+r_n,0)$,则 $x_n\in\cap_{k\le n}\overline{U_k}$,于是从条件$(a)$和$(b)$知序列$\{x_n\}$在 X 中有聚点,这与$\{x_n: n\in N\}$是 X 的闭离散子集相矛盾,从而 X 不存在 p 序列.

一些度量化定理是在 T_1 空间中建立的[2].但在 T_1 空间中我们也将失去一些很好的结果,如闭映射未必保持 T_1 仿紧性[11],紧的可数的 T_1 空间未必具有可数基[12],T_1 仿紧性不是 F_σ 遗传的[13],映满 T_1 空间的紧空间上的一对一映射未必是同胚映射等.最后举一例说明在 T_1 空间中一些众所周知的结果将不再成立.

4.4　例　存在完备映射 $f: X\to Z$ 具有下述性质:

(1) X 是紧,T_1,非 T_2,具有 G_δ 对角线,不具有 G_δ^* 对角线的空间.

(2) Z 是紧度量空间.

证明　令 I 是单位闭区间,$X=I\times\{0,1,1/2,1/3,\cdots\}$,$Z=(I\times\{1,1/2,1/3,\cdots\})\cup\{(0,0)\}$. X 的拓扑定义如下:对每一 $n\in N$,$I\times\{1/n\}$具有欧氏拓扑,对每一 $a\in I$,点$(a,0)$的邻域基取为$\{(U\times\{0\})\cup(I\times\{1/k: k\ge n\}): U$ 是 a 在 I 中的欧氏邻域,$n\in N\}$. Z 的拓扑定义如下:对每一 $n\in N$,$I\times\{1/n\}$具有欧氏拓扑,点$(0,0)$的邻域基取为$\{\{(0,0)\}\cup(I\times\{1/k: k\ge n\}): n\in N\}$. 易验证空间 X, Z 具有所列性质.

定义 $f: X\to Z$ 使得 $f(x,y)=\begin{cases}(x,y), & y\ne 0\\ (0,0), & y=0\end{cases}$,则 f 是连续的闭映射且每一 $f^{-1}(y)$ 是 X 的紧度量子空间.与上述例子相关的在 T_2 空间中成立的一些著名定理有:

(1) 具有 G_δ 对角线的紧空间是可度量空间.(定理 1.4.10)

(2) 具有 G_δ 对角线的空间如果是度量空间的完备逆象则也是度量空间.(定理 2.2.10)

5　存在问题

5.1　设 $f: X\to Y$ 是闭映射,其中 X 具有点 G_δ 性质,f 是否是序列商映射?(命题 2.1.17 (2))

5.2　遗传闭包保持集族的闭包是否仍是遗传闭包保持集族?(命题 2.5.2)

5.3　可分度量空间的商 π 映象是否是可分度量空间的商紧映象?(推论 2.9.15,推论 2.9.16)

5.4　具有可数(modk)网的空间是否可表为可分度量空间的完备逆映象的连续象?(推论 2.10.8)

5.5　具有点可数 p - k 网的次亚紧的 $\omega\Delta$ 空间是否是可展空间?(命题 3.1.8)

5.6　强 $\Sigma^\#$ (或次亚紧)、$\omega\Delta$ 空间是否具有严格 p 序列?(定理 3.5.4)

致谢:本文的主要内容是作者 1998 年 9 月至 1999 年 7 月在浙江大学数学系进修博士学位课程时完成的,作者对导师周友成教授的关心和帮助表示衷心的感谢.

参考文献:

[1] 林　寿. 广义度量空间与映射[M]. 北京: 科学出版社, 1995.

[2] Engelking R. General Topology[M]. Warszawa: PWN, 1977.

[3] Gruenhage G. Generalized metric spaces[C]. Handbook of Set - Theoretic Topology. Amsterdam: North - Holland, 1984, 423～501

[4] Tamano K. Generalized metric spaces Ⅱ[C]. Topics in General Topology. Amsterdam: North - Holland, 1989, 367～409

[5] Siwiec F. Generalizations of the first axiom of countability[J]. Rocky Mountain J Math, 1975, 5: 1～60

[6] Foged L. A characterization of closed images of metric spaces[J]. Proc Amer Math Soc, 1985, 95: 487～490

[7] Mizokami T. On D - paracompact σ - spaces[J]. Tsukuba J Math, 1991, 15: 425～449.

[8] Steen L A, Seebach Jr J A. Counterexamples in Topology[M]. Second Edition. New York: Springer - Verlag, 1978.

[9] Ishikawa F. On countably paracompact spaces[J]. Proc Japan Acad, 1955, 31: 686～687

[10] Svetlichny S A(Светличный С А). Open mappings of submetrizable spaces(in Russian)[J]. Vestnik Moskov Univ Mat, 1988, (6): 18～20

[11] 林　寿. 闭映射不能保持 T_1 仿紧性及紧式仿紧性[J]. 苏州大学学报, 1988, 4: 184～187

[12] Arhangel'skii A V, Ponomarev V I. Fundamentals of General Topology: Problems and Exercises[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1984.

[13] 葛　英. F_σ 子集不保持 T_1 仿紧性[J]. 苏州大学学报, 1997, 13: 8～9

Regularity in "Generalized Metric Spaces and Mappings"

LIN Shou

(Department of Mathematics, Ningde Teachers College, Ningde Fujian　352100, China)

Abstract: The regularity is a well - known separated axiom in topology. The condition of regularity in "generalized metric spaces and mappings" is analysed, some generalized metric theorems in the class of T_2 - spaces are obtained, certain counterexamples are constructed showing the regularity is essential in some results as everyone knows about generalized metric theory, and a few open questions are posed finally.

Key words: regular spaces; generalized metric spaces; continuous mappings