第40卷第4期 数 学 学 报 Vol.40, No. 4
1997年7月 ACTA MATHEMATICA SINICA July, 1997

Lašnev 空间和 T. Miwa 问题

林 寿

(福建宁德师范高等专科学校 宁德 352100)

摘 要 度量空间的连续闭映象称为 Lašnev 空间. T. Miwa 曾问一类特殊的 Lašnev 空间是否由度量空间族控制. 本文建立了 Lašnev 空间是由度量空间族控制的充要条件，进而获得了使其任一连续闭映象是由度量空间族控制的度量空间的刻画，完满地回答了 Miwa 问题.

关键词 Lašnev 空间，控制族，遗传闭包保持族， k 网，正规度量空间
MR(1991) 主题分类 54E35, 54C10
中图分类 O189.1

Lašven Spaces and T. Miwa's Question

Lin Shou
(*Fajian Ningde Teachers' College, Ningde* 352100, *China*)

Abstract A closed image of metric spaces is called a Lašnev space. T. Miwa asked whether a special Lašnev space is dominated by metric spaces. In this paper sufficient and necessary conditions are established for Lašnev spaces which are dominated by metric spaces, and further for metric spaces every closed image of which is dominated by metric spaces, which satisfactorily answer Miwa's question.

Keywords Lašnev space, Dominated family, Hereditarily closure-preserving family, k-network, Normal metric space
1991 MR Subject Classification 54E35, 54C10
Chinese Library Classification O189.1

度量空间的连续闭映象称为 Lašnev 空间. 一个 Lašnev 空间未必是度量空间，它甚至未必由度量空间族控制. T. Miwa 曾提出问题 [1]: 设 Y 是度量空间，如果 B 是 Y 的闭子集，那么 Lašnev 空间 Y/B 是否由度量空间族控制？ Tanaka 和周浩旋 [1] 构造了反例否定了 Miwa 问题. 然而至今为止尚未获得 Lašnev 空间由度量空间族控制的充要条件. 由于控制族在 CW 复形及广义度量空间理论中的重要位置，进一步探讨 Miwa 问题是很有意义的. 与 Miwa 问题相关的另一类空间是正规度量空间，它可以刻画为任一连续闭映象是度量空间. 受此启发我们也讨论了任一连续闭映象是由度量空间族控制的度量空间的特征. 本文建立了这些 Lašnev 空间是由度量空间族控制的充要条件，完满地回答了 Miwa 问题.

收稿日期： 1995-01-05, 修改日期： 1996-01-10, 接受日期： 1997-01-08
国家数学天元基金合作访问项目

1 定义及引理

本文所论空间都是满足正则且 T_1 分离性公理的拓扑空间，映射是连续的满函数.

定义 1[2] 设 X 是一个空间，$\mathcal{P}$ 是 X 的闭覆盖. 称空间 X 由子集族 $\mathcal{P}$ 控制 (dominated by $\mathcal{P}$), 如果 $A \subset X$, 那么 A 是 X 的闭子集当且仅当存在 $\mathcal{P}$ 的子族 $\mathcal{P}'$ 使得 $A \subset \cup\mathcal{P}'$ 且对每一 $P \in \mathcal{P}'$, $P \cap A$ 是 P 的闭子集.

显然，若空间 X 由子集族 $\mathcal{P}$ 控制，则 $\mathcal{P}$ 是 X 的闭包保持的闭子集族. 每一 CW 复形是由紧度量空间族控制.

定义 2 设 X 是一个空间，$\mathcal{P}$ 是 X 的闭子集族. $\mathcal{P}$ 称为 X 的遗传闭包保持集族，如果对每一 $P(F) \subset F \in \mathcal{P}$ 有 $\cup\{\overline{P(F)} : F \in \mathcal{P}\} = \overline{\cup\{P(F) : F \in \mathcal{P}\}}$.

如果 $\mathcal{P}$ 是 X 的遗传闭包保持覆盖，那么 X 由 $\mathcal{P}$ 控制.

定义 3[2] 设 X 是一个空间，$\mathcal{P}$ 是 X 的闭覆盖. $\mathcal{P}$ 称为 X 的 k 网，如果 $K \subset U$, 其中 K 是 X 的紧子集，U 是 X 的开子集，那么存在 $\mathcal{P}$ 的有限子族 $\mathcal{P}'$ 使 $K \subset \cup\mathcal{P}' \subset U$. 称 $\mathcal{P}$ 是 X 的可度量 k 网，如果 $\mathcal{P}$ 是由 X 的可度量子集组成的 k 网.

度量空间具有 σ 局部有限 k 网. 应当说明的是在遗传闭包保持集族与 k 网的定义中集族 $\mathcal{P}$ 本来不必预先假定是闭集族，但为了主要定理叙述的简捷起见我们附加闭性的假设.

定义 4 空间 X 称为 Fréchet 空间，若 $x \in \overline{A} \subset X$, 那么存在 A 中点组成的序列收敛于点 x. 空间 X 称为 k 空间，若 X 的子集 A 是 X 的闭子集当且仅当对 X 的任一紧子集 K, $A \cap K$ 是 K 的闭子集.

第一可数空间的闭映象是 Fréchet 空间，由度量空间族控制的空间以及 Fŕechet 空间都是 k 空间 [2].

涉及上述概念的一些相关结果有

$$\begin{tikzcd}
\text{度量空间} \arrow[r, Rightarrow] \arrow[d, Rightarrow] & \text{由度量空间族控制的空间} \arrow[dl, shift left, "+\text{Fréchet}[1]"] \arrow[d, "/" marking, "{[4]}"] \\
\text{Lašnev 空间} \arrow[ur, shift left, "/" marking, "{[1]}"] \arrow[r, Rightarrow, shift left] & \text{具有 } \sigma \text{ 遗传闭包保持 } k \text{ 网的空间} \arrow[l, shift left, "+\text{Fréchet}[3]"]
\end{tikzcd}$$

定义 5[5] 设 X 是度量空间，d 是 X 上的度量. d 称为正规度量，如果对 X 的互不相交的闭子集对 A, B 有 $d(A, B) > 0$. 具有正规度量的空间称为正规度量空间.

引理[6] 设 X 是度量空间，下述条件相互等价：

(1) X 是正规度量空间.

(2) X 的任一闭映象是度量空间.

(3) X 的任一商映象是度量空间.

(4) X 的非孤立点集是 X 的紧子集.

2 Miwa 问题

本节建立 Lašnev 空间、控制族和遗传闭包保持集族之间的一个精确关系，它不仅改进了 Tanaka 和周浩旋 [1] 的结果，而且给出 Miwa 问题一个完满的回答.

定理 1 设 $f : Z \to X$ 是闭映射，其中 Z 是度量空间，那么下述条件相互等价：

(1) X 由度量空间族控制.

(2) X 有遗传闭包保持的可度量覆盖.

(3) X 有 σ 遗传闭包保持的可度量 k 网.

(4) f 满足 (a) $\forall x \in X$, $\partial f^{-1}(x)$ 是 Z 的局部紧子集. (b) $\{x \in X : \partial f^{-1}(x)$ 不是 Z 的紧子集 $\}$ 在 X 中离散.

证明 (1)⇔(2) 设 X 有遗传闭包保持的可度量覆盖 $\mathcal{P}$, 那么 X 由度量空间族 $\mathcal{P}$ 控制. 反之, 设 X 由度量空间族 $\mathcal{P}$ 控制. 记 $\mathcal{P} = \{P_\alpha : \alpha < \lambda\}$, 令

$$F_0 = P_0, \quad F_\alpha = \overline{P_\alpha \backslash \cup \{P_\beta : \beta < \alpha\}}, \quad 0 < \alpha < \lambda,$$

则由文 [2] 引理 2.6, 因为 X 是 Fréchet 空间, 所以 $\{F_\alpha : \alpha < \lambda\}$ 是 X 的遗传闭包保持的可度量覆盖.

(2)⇒(4) 设 X 有遗传闭包保持的可度量覆盖 $\mathcal{P}$. 记 $\mathcal{P} = \{P_\alpha : \alpha < \lambda\}$. f 满足条件 (a) 已由文 [1] 引理 1.4 所证. 令

$$D = \{x \in X : \mathcal{P} \text{ 在点 } x \text{ 不是局部有限的}\},$$

那么由文 [7] 引理 2.3, D 是 X 的闭离散子集. 要证 f 满足条件 (b) 只须证

$$\{x \in X : \partial f^{-1}(x) \text{ 不是 } Z \text{ 的紧子集}\} \subset D.$$

若 $x \in X \backslash D$, 那么 $\mathcal{P}$ 在点 x 是局部有限的, 即存在点 x 在 X 中的开邻域 V 使 V 仅与 $\mathcal{P}$ 中有限个元相交. 记 $\{P \in \mathcal{P} : P \cap V \neq \emptyset\} = \{P_{\alpha_i} : i \leq n\}$, 那么 $V \subset \bigcup_{i \leq n} P_{\alpha_i}$. 由于 $\bigcup_{i \leq n} P_{\alpha_i}$ 是度量空间, 所以 V 是 X 的第一可数的开子集, 因此 X 在点 x 具有可数局部基. 再由文 [8] 引理 4.4.16, $\partial f^{-1}(x)$ 是 Z 的紧子集.

(4)⇒(3) 设 f 满足条件 (a) 、(b). 对 $x \in X$, 取 $z_x \in f^{-1}(x)$, 令

$$Z_x = \begin{cases} \partial f^{-1}(x), & \partial f^{-1}(x) \neq \emptyset, \\ \{z_x\}, & \partial f^{-1}(x) = \emptyset; \end{cases} \quad Z^* = \cup\{Z_x : x \in X\}, \quad f^* = f|_{Z^*},$$

那么 Z^* 是 Z 的闭子空间, $f^*(Z^*) = X$ 且对 $x \in X$ 有 $(f^*)^{-1}(x) = \begin{cases} \partial f^{-1}(x), & \partial f^{-1}(x) \neq \emptyset, \\ \{z_x\}, & \partial f^{-1}(x) = \emptyset. \end{cases}$ 因而不妨设 f 满足

(a′) $\forall x \in X$, $f^{-1}(x)$ 是 Z 的局部紧子集.

(b′) $\{x \in X : f^{-1}(x)$ 不是 Z 的紧子集 $\}$ 在 X 中离散.

记

$$D = \{x \in X : f^{-1}(x) \text{ 不是 } Z \text{ 的紧子集}\} = \{x_\alpha : \alpha < \lambda\},$$
$$F_\alpha = f^{-1}(x_\alpha), \quad \alpha < \lambda.$$

我们先证明若每一 F_α 是 Z 的 Lindelöf 子空间, 那么存在 X 的可度量的闭覆盖 $\{D_n : n \in N\}$ 满足: 如果 K 是 X 的紧子集, 则对某个 $n \in N$ 有 $K \subset D_n$.

事实上, 由于 F_α 是 Z 的局部紧 Lindelöf 子空间, 存在 F_α 的由紧子集组成的覆盖 $\{K_\alpha^n : n \in N\}$ 满足每一 $K_\alpha^n \subset K_\alpha^{n+1}$, 且若 K 是 F_α 的紧子集, 则对某个 $n \in N$ 有 $K \subset K_\alpha^n$. 由 D

的离散性及 Z 的可度量性，存在 Z 的离散开集族 $\{G_\alpha:\alpha<\lambda\}$ 使每一 $F_\alpha\subset G_\alpha$. 记 d 是 Z 上的度量. 对 $F\subset Z, n\in N$, 记 $S_n(F)=\{z\in Z:d(z,F)<1/n\}$. 再令

$$\begin{aligned}&G_\alpha^n=G_\alpha\cap S_n\big(F_\alpha\backslash K_\alpha^n\big),\quad n\in N,\quad \alpha<\lambda,\\&Z_n=Z\backslash\cup\{G_\alpha^n:\alpha<\lambda\},\quad D_n=f(Z_n),\\&f_n=f|_{Z_n}:Z_n\to D_n,\end{aligned}$$

那么 $\{Z_n:n\in N\}$ 是 Z 的闭覆盖， f_n 是闭映射， $\{D_n:n\in N\}$ 是 X 的闭覆盖且对 $x\in D_n$ 有

$$(f_n)^{-1}(x)=\begin{cases}K_\alpha^n\backslash G_\alpha^n, & \text{存在 } \alpha<\lambda \text{ 使 } x=x_\alpha,\\ f^{-1}(x)\cap Z_n, & x\in D_n\backslash D,\end{cases}$$

于是 f_n 是完备映射，所以 D_n 是 X 的可度量子空间. 若存在 X 的紧子集 K 使每一 $K\not\subset D_n$, 则存在 K 的序列 $\{x_n\}$ 使每一 $x_n\in K\backslash D_n$. 这时 $\{x_n:n\in N\}$ 是紧度量空间 K 的无限子集，于是存在子序列 $x_{n_i}\to x\in K$ 且所有 $x_{n_i}\neq x$. 对每一 $m\in N$, $D_m\cap\{x_{n_i}:i\in N\}$ 是有限集，所以存在 $i_m\in N$ 使当 $i\geq i_m$ 时有 $x_{n_i}\in X\backslash D_m\subset f\big(\cup\{G_\alpha^m:\alpha<\lambda\}\big)$, 从而存在 $z_i\in f^{-1}(x_{n_i})\cap\big(\cup\{G_\alpha^m:\alpha<\lambda\}\big)$. 由于 $\{x_{n_i}:i\geq i_m\}$ 在 X 中非闭，所以 $\{z_i:i\geq i_m\}$ 在 Z 中非闭. 设 z 是 $\{z_i:i\geq i_m\}$ 在 Z 中的一个聚点，那么 $z\in f^{-1}(x)\cap\overline{\cup\{G_\alpha^m:\alpha<\lambda\}}$. 由于 $\{G_\alpha^m:\alpha<\lambda\}$ 是 Z 的离散集族，于是 $\overline{\cup\{G_\alpha^m:\alpha<\lambda\}}=\cup\{\overline{G_\alpha^m}:\alpha<\lambda\}$, 所以存在 $\alpha<\lambda$ 使 $z\in\overline{G_\alpha^m}\subset\overline{S_m\big(F_\alpha\backslash K_\alpha^m\big)}\subset S_{m-1}\big(F_\alpha\backslash K_\alpha^m\big)$, 从而有 $p_m\in F_\alpha\backslash K_\alpha^m$ 使 $d(z,p_m)<\frac{1}{m-1}$. 又由于 $G_\alpha^{m+1}\subset G_\alpha^m$, 对任意的 $m\in N$, α 是固定不变的. 这时 $p_m\to z\in F_\alpha$, 因此对某个 $n\in N$ 有 $\{z\}\cup\{p_m:m\in N\}\subset K_\alpha^n$, 矛盾. 故若 K 是 X 的紧子集，那么存在 $n\in N$ 使 $K\subset D_n$.

现在, 对 $\alpha<\lambda$, F_α 是 Z 的局部紧的可度量子空间. 由文 [8] 命题 4.4. F, F_α 可表为 Lindelöf 子空间的拓扑和，记 $F_\alpha=\oplus_{\beta<\gamma}L_\alpha^\beta$, 其中每一 L_α^β 是 Lindelöf 的. 这时 $\{L_\alpha^\beta:\alpha<\lambda,\beta<\gamma\}$ 是 Z 的离散闭集族，于是存在 Z 的离散开集族 $\{G_\alpha^\beta:\alpha<\lambda,\beta<\gamma\}$ 使每一 $L_\alpha^\beta\subset G_\alpha^\beta$. 令

$$\begin{aligned}&Z_\beta=\overline{\cup\{G_\alpha^\beta:\alpha<\lambda\}},\quad X_\beta=f(Z_\beta),\quad \beta<\gamma,\\&Z_\gamma=\overline{Z\backslash\cup\{G_\alpha^\beta:\alpha<\lambda\}},\quad X_\gamma=f(Z_\gamma),\\&f_\beta=f|_{Z_\beta}:Z_\beta\to X_\beta,\quad \beta\leq\gamma,\end{aligned}$$

那么 $\{Z_\beta:\beta\leq\gamma\}$ 是 Z 的局部有限的闭覆盖， f_β 是闭映射， $\{X_\beta:\beta\leq\gamma\}$ 是 X 的遗传闭包保持覆盖且对 $x\in X_\beta$ 有

$$(f_\beta)^{-1}(x)=\begin{cases}L_\alpha^\beta, & \text{存在 } \alpha<\lambda \text{ 使 } x=x_\alpha,\\ f^{-1}(x)\cap Z_\beta, & x\in X_\beta\backslash D,\end{cases}$$

于是 $(f_\beta)^{-1}(x)$ 为 Z_β 的 Lindelöf 子空间. 由前所证, X_β 存在可度量的闭覆盖 $\{D_\beta^n:n\in N\}$ 满足: 如果 K 是 X_β 的紧子集, 则对某个 $n\in N$ 有 $K\subset D_\beta^n$. 由于 D_β^n 是度量空间，让 $\bigcup_{m\in N}\mathcal{B}_\beta^{n,m}$ 是 D_β^n 的 σ 局部有限 k 网，其中每一 $\mathcal{B}_\beta^{n,m}\subset\mathcal{B}_\beta^{n,m+1}$ 且 $\mathcal{B}_\beta^{n,m}$ 是 D_β^n 的局部有限集族. 置

$$\mathcal{H}^{n,m}=\cup\{\mathcal{B}_\beta^{n,m}:\beta\leq\gamma\},$$

那么 $\mathcal{H}^{n,m}$ 是 X 的由度量空间组成的遗传闭包保持的集族. 再置

$$\mathcal{H} = \cup\{\mathcal{H}^{n,m} : n, m \in N\},$$

往证 $\mathcal{H}$ 是 X 的 k 网. 对 $K \subset U$, 其中 K 是 X 的紧子集、U 是 X 的开子集, 因为 $\{X_\beta : \beta \leq \gamma\}$ 是 X 的遗传闭包保持覆盖, 由文 [9] 引理 2, 存在有限个 $\beta_i \leq \gamma$ 使 $K \subset \bigcup_{i\leq j} X_{\beta_i}$. 对 $i \leq j$, 存在 $n_i \in N$ 使 $K \cap X_{\beta_i} \subset D_{\beta_i}^{n_i}$, 于是存在 $m_i \in N$ 和 $\mathcal{B}_{\beta_i}^{n_i,m_i}$ 的有限子族 $\mathcal{B}_i$ 使 $K \cap X_{\beta_i} \subset \cup\mathcal{B}_i \subset U$. 令 $\mathcal{H}' = \bigcup_{i\leq j} \mathcal{B}_i$, 那么 $\mathcal{H}'$ 是 $\mathcal{H}$ 的有限子族且 $K \subset \cup\mathcal{H}' \subset U$. 故 X 有 σ 遗传闭包保持的可度量 k 网.

(3)⇒(2) 设 X 有 σ 遗传闭包保持的可度量 k 网 $\mathcal{P}$. 记 $\mathcal{P} = \bigcup_{n\in N} \mathcal{P}_n$, 其中每一 $\mathcal{P}_n$ 是 X 的遗传闭包保持集族且 $\mathcal{P}_n \subset \mathcal{P}_{n+1}$. 对 $n \in N$, 令 $P_n = \cup\mathcal{P}_n$. 若 X 的子集 A 满足每一 $A \cap P_n$ 是 P_n 的闭子集, 那么对 X 的任一紧子集 K, 由 $\mathcal{P}$ 是 X 的 k 网, 存在 $n \in N$ 使 $K \subset P_n$, 于是 $A \cap K$ 是 K 的闭子集, 而 X 是 k 空间, 所以 A 是 X 的闭子集. 因此, X 由 $\{P_n : n \in N\}$ 控制. 令

$$F_1 = P_1, \quad F_{n+1} = \overline{P_{n+1} \backslash P_n}, \quad n \in N,$$

由文 [2] 引理 2.6, $\{F_n, n \in N\}$ 是 X 的遗传闭包保持覆盖. 令 $\mathcal{F}_1 = \mathcal{P}_1$, $\mathcal{F}_{n+1} = \{\overline{P \backslash P_n} : P \in \mathcal{P}_{n+1}\}$, $n \in N$, 那么每一 $\mathcal{F}_n$ 是 F_n 的遗传闭包保持的可度量覆盖, 从而 $\bigcup_{n\in N} \mathcal{F}_n$ 是 X 的遗传闭包保持的可度量覆盖. 定理 1 证毕.

又 [10] 已说明定理 1(4) 中的两条件 (a) 和 (b) 是相互独立的. 下述推论给出 Miwa 问题的解.

推论 若 Y 是度量空间, B 是 Y 的闭子集, 那么 Y/B 由度量空间族控制当且仅当 ∂B 是 Y 的局部紧的子空间.

3 Miwa 问题与正规度量空间

让 Q 是 R 的有理点全体, 由定理 1 的推论知 Lašnev 空间 $Q^2/(Q \times \{0\})$ 不由度量空间族控制. 于是度量空间 Q^2 的任一闭映象未必由度量空间族控制. 这激发我们考虑问题: 对度量空间 Z, Z 的任一闭映象由度量空间族控制的充要条件是什么?

定理 2 设 Z 是度量空间, 下述条件相互等价:

(1) Z 的任一闭映象由度量空间族控制.

(2) 若 F 是 Z 的闭子集, 那么 ∂F 是局部紧.

(3) Z 的非孤立点集是 Z 的局部紧子集.

(4) Z 是局部的正规度量空间.

证明 (1)⇒(2) 设 F 是 Z 的非空闭子集, 让 q 是从 Z 到 Z/F 上的自然商映射, 则 q 是闭映射, 于是 Z/F 由度量空间族控制. 由定理 1 的推论知 ∂F 是 Z 的局部紧的子空间.

(2)⇒(3) 设 Z' 是 Z 的非孤立点集. 如果 Z' 不是局部紧, 那么存在 $a \in Z'$ 及 a 在 Z' 中的下降的可数局部基 $\{V_n : n \in N\}$ 使每一 $\overline{V}_n$ 不是 Z' 的紧子集. 由归纳法可选取子集列 $\{V_{n_i} : i \in N\}$ 以及每一 $\overline{V_{n_i}}$ 的可数闭离散子集 D_i 使 $\overline{V_{n_i}} \cap (\bigcup_{j<i} D_j) = \emptyset$. 置 $D = \{a\} \cup \left(\bigcup_{i\in N} D_i\right)$,

则 D 是 Z 的闭子集. 由于 D 不含有孤立点且以 a 为唯一聚点，所以 $\partial D = D$. 但是 D 不是 Z 的局部紧子集，这与条件 (2) 矛盾，故 Z' 是局部紧.

(3)⇒(4) 对 $a \in Z$, 若 a 是 Z 的孤立点，那么 $\{a\}$ 是 a 在 Z 中的可正规度量的邻域. 若 a 不是 Z 的孤立点，由条件 (3) 知存在 a 在 Z 中的开邻域 V 使 $\overline{V \cap Z'}$ 是紧子集，其中 Z' 表示 Z 的非孤立点集. 置 $U = \overline{V \cap Z'} \cup (V \backslash Z')$. 那么 U 是 a 在 Z 中的邻域，往证 U 是正规度量空间. 因为 $V \backslash Z'$ 中的点是 Z 的孤立点，所以 U 的非孤立点集是 $\overline{V \cap Z'}$ 的闭子集，于是 U 的非孤立点集是紧子集. 由引理知 U 是正规度量空间. 故 Z 是局部的正规度量空间.

(4)⇒(1) 设 Z 是局部的正规度量空间，由于 Z 又是度量空间，于是 Z 是仿紧空间，从而 Z 有局部有限的闭覆盖 $\{Z_\alpha : \alpha < \lambda\}$ 使每一 Z_α 是正规度量空间. 让 $f : Z \to X$ 是闭映射. 对 $\alpha < \lambda$, 置 $X_\alpha = f(Z_\alpha)$, 由引理知 X_α 是度量空间. 再由 $\{Z_\alpha : \alpha < \lambda\}$ 的局部有限性知 $\{X_\alpha : \alpha < \lambda\}$ 是 X 的遗传闭包保持覆盖，从定理 1 知 X 由度量空间族控制. 定理 2 证毕.

对照定理 2 与引理人们自然会问：若度量空间 Z 的任一闭映象由度量空间族控制，那么 Z 的任一商映象是否也由度量空间族控制？这一问题是否定的. 让 ω_1 是赋予序拓扑的可数序数空间. 对 $\alpha < \omega_1$, 让 $Z_\alpha = [0, \alpha]$, 那么 Z_α 是紧度量空间. 令 $Z = \bigoplus_{\alpha < \omega_1} Z_\alpha$, 则 Z 是局部紧的度量空间. 由定理 2, Z 的任一闭映象由度量空间族控制. 让 $f : Z \to \omega_1$ 是自然映射，那么 f 是开映射. 因为 ω_1 不是仿紧空间，所以 ω_1 不由度量空间族控制.

致谢 本文是作者参加数学天元基金合作门访问项目期间完成的，感谢刘应明教授的帮助，作者对本文的评审人对简化定理 2 的证明深表谢意.

参 考 文 献

1 Tanaka Y, Zhou Haoxuan(周浩旋). Spaces determined by metric spaces, and their character. Questions Answers in General Topology, 1985/86, 3:145–160
2 Tanaka Y. Metrization II. In: Topics in General Topology. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1989, 275–314
3 Foged L. A characterization of closed images of metric spaces. Proc Amer Math Soc, 1985, 95:487–491
4 Tanaka T. k-networks, and covering properties of CW-complexes. Topology Proc, 1992, 17:247–259
5 Mrowka S G. Normal metrics. Amer Math Monthly, 1965, 72:998–1001
6 Jayanthan A, Kannay V. Spaces every quotient of which is metrizable. Proc Amer Math Soc, 1988, 103:294–298
7 Tanaka Y. Decompositions of spaces determined by compact subsets. Proc Amer Math Soc, 1986, 97:549–555
8 Engelking R. General Topology. Warszawa: Polish Scieitific Publishers, 1977
9 林寿. 关于 Lašnev 空间. 数学学报, 1991, 34:222–225
10 林寿. Miwa 问题注记. 宁德师专学报 (自然科学版), 1996, 8:133-134