山西师大学报(自然科学版)
第6卷 第2期 1992年
Journal of Shanxi Teacher's University
Natural Science Edition vol. 6 No. 2 1992

遗传闭包保持集族的若干研究方向

林 寿
(福建省宁德师专数学科)

摘 要 本文综述作者近年来关于遗传闭包保持集族的研究结果,主要探讨在适当的附加条件下 σ-遗传闭包保持集族向 σ-局部有限集族转化的问题。

关键词 遗传闭包保持集族 基 网

1 引言、基与度量空间、网与 σ-空间

本文所论空间均指满足正则且 T_1 分离性公理的拓扑空间,映射指连续的满映射。

1924 年 P. Alexandroff[1]引进了局部有限集族。二十年后,J. Dieudonné[2]用局部有限集族定义了仿紧性。仿紧性的引入带来了一般拓扑学的繁荣景象。继 1948 年 A. H. Stone[3]证明了度量空间是仿紧空间之后,1950 年至 1951 年 J. Nagata[4]和 Ju. Smirnor[5]独立地得到了著名的 Nagata-Smirnor 度量化定理。

定理 1.1 拓扑空间是可度量化空间当且仅当它具有 σ-局部有限基。

由此可见,局部有限集族是一般拓扑学中的重要概念之一。由于一般拓扑学自身发展的需要,人们对于局部有限集族进行了各式各样的推广。局部有限集族的不足之一是它未必被闭映射所保持。为了研究度量空间闭映射的特征,1966 年 N. Lašnev[6]引进了遗传闭包保持集族。

定义 1.2 拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{H}$ 称为 X 的遗传闭包保持集族,如果对于 $P(H)\subset H\in\mathscr{H}$ 有 $\bigcup\{\overline{P(H)}:H\in\mathscr{H}\}=\overline{\bigcup\{P(H):H\in\mathscr{H}\}}$.

容易验证,局部有限集族是遗传闭包保持集族,并且闭映射保持遗传闭包保持集族。具有上述性质的集族之所以称为遗传闭包保持集族是因为 1957 年 E. Michael[7] 称具有下述性质的集族为闭包保持集族:如果对于 $\mathscr{H}'\subset\mathscr{H}$ 有 $\bigcup\{\overline{H}:H\in\mathscr{H}'\}=\overline{\bigcup\{H:H\in\mathscr{H}'\}}$.

不难举出反例说明遗传闭包保持集族未必是局部有限集族。遗传闭包保持集族与局部有限集族之间是否有某些更为精确的联系?1975 年 D. Burke, R. Engelking 和 D. Lutzer[8] 证明了一个有趣的度量化定理。

定理 1.3 拓扑空间是可度量化空间当且仅当它具有 σ- 遗传闭包保持基。

近二十多年来,为了各种目的的需要,人们对于基的概念进行了形形色色的一般化,并且依照 Nagata-Smirnor 度量化定理定义了一系列的广义度量空间。我们以 σ- 空间为例来说明。1959 年 A. Arhangel'skii[9] 为证明任意权数的 Alexandroff-Urysohn 加法定理引进了网的概念:拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{H}$ 称为 X 的网,如果对于 $x\in X$ 及 X 中含 x 的开集 U 存在 $H\in\mathscr{H}$ 使 $x\in H\subset U$。类比于 Nagata-Smirnor 度量化定理,1967 年 A.

1990. 9. 8 投稿

Okuyama[10] 定义了 σ- 空间：具有 σ- 局部有限网的空间。对于基或网的概念应朝怎样的方向进行推广呢？它们都涉及到点及其邻域的概念。正如 1966 年 A. Arhangel'skii[11] 指出的"在许多拓扑问题的研究中，都涉及到紧集的概念。根据经验，对拓扑空间的点所加的限制条件，往往可以推广到它的任意紧子空间上去。由此导出了许多重要的性质和概念。"。依照这种思想对基和网进行一般化，确实导出了许多重要概念，如引进了 $(mod\, k)$- 基，伪基，k- 网，cs- 网，$(mod\, k)$- 网等概念。表 1 列出了本文所讨论的一些与基或网相关的集族之间的关系。

$$\begin{tikzcd}
 & \text{关于有限并封闭的基} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
\text{基}(\S 1) \arrow[dd] \arrow[ddr] \arrow[dr] & & \text{伪基}(\S 3) \arrow[ddl] \arrow[dd] \\
 & \text{弱基}(\S 5) \arrow[dr] & \\
(mod\, k)\text{—基}(\S 2) & k\text{—网}(\S 4) \arrow[d] & cs\text{—网}(\S 4) \\
 & \text{网}(\S 1) \arrow[d] & \\
 & (mod\, k)\text{—网}(\S 6) &
\end{tikzcd}$$

图 1　集族之间的关系

在适当的条件下，遗传闭包保持集族可以转化为局部有限集族。依照 Nagata-Smirnor 度量化定理将 σ- 局部有限集族与由基推广得到的概念结合在一起得到了一系列的广义度量空间类（简称 L 型空间类）。把这些广义度量空间与定理 1.3 进行比较启发我们研讨问题：若将 σ- 遗传闭包保持集族与这些概念结合在一起相应也得到一系列的广义度量空间类（简称为 H 型空间类），那么 L 型空间类是否等价于 H 型空间类？若不等价，它们之间的精确关系又是怎样？这类问题是我们研究遗传闭包保持集族的出发点。尽管闭包保持集族也是局部有限集族的推广，然而由于存在具有 σ- 闭包保持基的空间使它不具有 σ- 局部有限基[12]，所以本文不讨论 σ- 闭包保持集族向 σ- 局部有限集族转化的问题。这类问题的探讨估计比本文所讨论的内容更为困难，但是也不失有成功的杰作，例如 1968 年 F. Siwiec 和 J. Nagata[13] 证明了对于拓扑空间 X，X 具有 σ- 局部有限网当且仅当 X 具有 σ- 闭包保持网。

2. $(mod\, k)$-~~网~~基与 M- 空间

1969 年 E. Michael[14] 定义了 $(mod\, k)$- 基的概念。

定义 2.1　拓扑空间 X 的开子集族 $\mathscr{H}$ 称为 X 的 $(mod\, k)$- 基，如果存在由 X 的紧子集组成的覆盖 $\mathscr{K}$ 使对于 $K \in \mathscr{K}$ 及 X 的包含 K 的开集 U 有 $H \in \mathscr{H}$ 使 $K \subset H \subset U$。

$(mod\, k)$- 基的重要性由 E. Michael 和 D. Lutzer[14] 的定理所揭示。

定理 2.2　拓扑空间 X 是一个度量空间的完备逆象当且仅当 X 具有 σ- 局部有限 $(mod\,k)$- 基。

定理 2.2 中的局部有限集族是否可减弱为遗传闭包保持集族?我们对此给出肯定的回答。[15]

定理 2.3　拓扑空间 X 具有 σ- 局部有限$(mod\,k)$- 基当且仅当 X 具有 σ- 遗传闭包保持$(mod\,k)$- 基。

度量空间的完备逆象可以刻划为仿紧 M- 空间[16]，而度量空间的拟完备逆象可以刻划为 M- 空间[16]。为了方便起见，把在定义 2.1 中"紧子集组成的覆盖"替换为"闭可数紧子集组成的覆盖"所得到的开子集族 $\mathscr{P}$ 称为空间的拟(modk)- 基，那么有下列问题。

问题 2.4　对于拓扑空间 X，如下条件是否相互等价：

(1)　X 是一个 M- 空间。

(2)　X 具有 σ- 局部有限拟$(mod\,k)$- 基。

(3)　X 具有 σ- 遗传闭包保持拟$(mod\,k)$- 基。

M- 空间的重要性表现在对积空间的仿紧性，用映射对空间进行分类以及度量化问题等的研究中产生积极的作用。但是，M- 空间的完备映象未必是一个 M- 空间，而 M^*- 空间的作用恰恰表现在它刻划了 M- 空间的完备映象[17]。一个拓扑空间 X 称为 M^*- 空间，如果 X 存在局部有限的闭覆盖序列$\{\mathscr{P}_i\}$满足条件(M_1)：若$\{K_i\}$是 X 的非空闭子集的下降集列，并且 $x \in X$ 使 $K_i \subset \mathrm{st}(x, \mathscr{P}_i)$，则 $\bigcap\{K_i : i \in N\} = \varnothing$。$M^*$- 空间定义中的局部有限集族可以替换为遗传闭包保持集族[18]。

定理 2.5　拓扑空间 X 是一个 M^*- 空间当且仅当 X 存在遗传闭包保持的闭覆盖序列$\{\mathscr{P}_i\}$满足条件(M_1)。

3　伪基与 $\aleph_0$- 空间

可分度量空间 X 具有可数基 $\mathscr{P}$ 满足条件(P)：对于 X 的紧子集 K 及包含 K 的开集 U 存在 $H \in \mathscr{P}$ 使 $K \subset H \subset U$。这种集族性质(P)导致了 1966 年 E. Michael[19] 定义了伪基的概念。

定义 3.1　拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{P}$ 称为 X 的伪基，如果 $\mathscr{P}$ 具有性质(P)。具有可数伪基的空间称为 $\aleph_0$- 空间。

对于 $\aleph_0$- 空间的深入研究必然探讨具有 σ- 局部有限伪基空间的性质。我们刻划了这类空间[20]。

定理 3.2　拓扑空间 X 是一个 $\aleph_0$- 空间当且仅当 X 具有 σ- 局部有限伪基。

具有 σ- 遗传闭包保持伪基的空间与 $\aleph_0$- 空间的关系又是怎样?我们对此给出了满意的答复[21]。

定理 3.3　拓扑空间 X 具有 σ- 遗传闭包保持伪基当且仅当或者 X 是一个 $\aleph_0$- 空间，或者 X 是一个所有紧子集为有限的 σ- 闭离散空间。

由此可见，一个具有 σ- 遗传闭包保持伪基的空间未必是一个 $\aleph_0$- 空间；它是一个 $\aleph_0$- 空间的充要条件是它必须是一个 Lindelöf 空间。

4 k- 网与 $\aleph$- 空间、cs- 网与 cs-σ- 空间

鉴于伪基并不是基的直接推广，1966 年 P. O'Meara[22] 定义了 k- 网的概念。

定义 4.1　拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{P}$ 称为 X 的 k- 网，如果对于 X 的紧子集 K 及 X 中包含 K 的开子集 U 存在 $\mathscr{P}$ 的有限子集 $\mathscr{P}'$ 使 $K \subset \bigcup \mathscr{P}' \subset U$。

对 k- 网的概念稍加修改，1971 年 *J. Guthrie*[23] 定义了 cs- 网的概念。

定义 4.2　拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{P}$ 称为 X 的 cs- 网，如果对于 X 中的任一点 x 及收敛于 x 的序列 $\{x_n\}$，若 U 是包含点 x 的开集，则存在 $m \in N$ 和 $H \in \mathscr{P}$ 使 $\{x\} \cup \{x_n : n \geq m\} \subset H \subset U$。

具有 σ- 局部有限 k- 网的空间称为 $\aleph$- 空间[22]；具有 σ- 局部有限 cs- 网的空间称为 cs-σ- 空间[24]。具有可数 k — 网的空间，具有可数 cs- 网的空间与 $\aleph_0$- 空间是相互等价的[23]，但是作为伪基的一般化的 k- 网与 cs- 网却是两个互不相关的概念，由定理 3.3 知具有 σ- 遗传闭包保持伪基的空间是 $\aleph$- 空间和 cs-σ- 空间。1984 年 L. Foged[25] 给出了 $\aleph$- 空间的重要特征。

定理 4.3　拓扑空间 X 是一个 $\aleph$- 空间当且仅当它是一个 cs-σ- 空间。

Foged 的定理引起了一连串的问题：(1) 具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网的空间是否等价于 $\aleph$- 空间？(2) 具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网的空间是否等价于具有 σ- 遗传闭包保持 cs- 网的空间？(3) 具有 σ- 遗传闭包保持 cs- 网的空间是否等价于 cs-σ- 空间？这些问题目前都已得到肯定或否定的回答。

定理 4.4 综合了 L. Foged[26]，G. Gruenhage，E. Michael，Y. Tanaka[27] 和 H. Junnila，恽自求[28] 的结果，它给出了具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网的空间和 $\aleph$- 空间之间的精确关系。

定理 4.4　(1) 空间 S_{ω_1} 具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网，但它不是一个 $\aleph$- 空间。

(2) 设空间 X 具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网，那么 X 是一个 $\aleph$- 空间当且仅当 X 不具有闭子空间同胚于 S_{ω_1}。

基于 Foged 定理所引起的问题，我们讨论了具有 σ- 遗传闭包保持 cs- 网的空间的性质[29]。

定理 4.5　具有 σ- 遗传闭包保持 cs- 网的空间具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网。空间 S_{ω_1} 不具有 σ- 遗传闭包保持 cs- 网。

结合定理 4.3，定理 4.4 和定理 4.5，我们得到了与定理 1.3 相平行的关于 cs-σ- 空间的有趣特征，它肯定地回答了文[30] 中的问题 2.3。

定理 4.6　拓扑空间 X 是一个 cs-σ- 空间当且仅当 X 具有 σ- 遗传闭包保持 cs- 网。

度量空间的闭映象称为 Lašnev 空间。Lašnev 空间可以刻划为具有 σ- 遗传闭包保持 k 网的 Freche 空间[26]。$\aleph$- 空间的闭映象具有 σ- 遗传闭包保持 k- 网[31]，它的逆命题是否成立是一个有意义的问题。

问题 4.7　具有 σ- 遗传闭包保持网 k- 的空间是否可表示为 $\aleph$- 空间在闭映射下的象空间？

5　弱基与 g- 可度量空间

1966 年为了研究对称度量空间的性质 A. Arhangel'skii[11] 引进了弱基的概念。

定义 5.1 拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{P}$ 称为 X 的弱基，如果对于每一个 $x \in X$ 存在 $\mathscr{P}_x \subset \mathscr{P}$ 使 (1)：$\mathscr{P} = \bigcup\{\mathscr{P}_x, x \in X\}$，(2)：$x \in \bigcap \mathscr{P}_x$，(3)：若 $U, V \in \mathscr{P}_x$，则存在 $W \in \mathscr{P}_x$ 使 $W \subset U \cap V$，(4)：X 的子集 G 是 X 的开子集当且仅当对于每一个 $x \in G$ 有 $H \in \mathscr{P}_x$ 使 $H \subset G$。

在定义 5.1 中，如果每一 $\mathscr{P}_x$ 是可数的，称 X 是 g-第一可数空间。具有 σ-局部有限弱基的空间称为 g-可度量空间[32]。

问题 5.2 具有 σ-遗传闭包保持弱基的空间是否是 g-可度量空间？

1982 年 L. Foged[33] 证明了 g 可度量空间等价于具有 σ-局部有限 k-网的 g-第一可数空间。作为对 Foged 定理的改进及对问题 5.2 的部分回答，我们得出了下述结果[31]。

定理 5.3 对于拓扑空间 X，如下条件相互等价：

(1) X 是 g-可度量空间。

(2) X 是具有 σ-遗传闭包保持弱基的 k-空间。

(3) X 是具有 σ-遗传闭包保持 k-网的 g-第一可数空间。

因为弱基是 cs-网，由定理 4.6 有下列定理。

定理 5.4 具有 σ-遗传闭包保持弱基的空间是 cs-σ-空间。

问题 5.5 具有 σ-遗传闭包保持 k-网的空间是否可表为 g-可度量空间在闭映射下的象空间？

k-

6 $(mod\,k)$-网与强 Σ-空间

为了讨论积空间的仿紧性，1969 年 K. Nagami[34] 利用 Σ-网的概念定义了强 Σ-空间。同年，E. Michael[14] 引进了 $(mod\,k)$-网的概念给出了强 Σ-空间一个内在的刻划。

定义 6.1 拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{P}$ 称为 X 的 $(mod\,k)$-网，如果存在由 X 的紧子集组成的覆盖 $\mathscr{K}$ 使对于 $K \in \mathscr{K}$ 及 X 的包含 K 的开集 U 存在 $H \in \mathscr{P}$ 使 $K \subset H \subset U$。

具有 σ-局部有限 $(mod\,k)$-网的空间称为强 Σ-空间。鉴于闭映射不能保持强 Σ-空间类，1972 年 A. Okuyama[35] 定义了强 Σ-空间的一种重要推广空间 —— 强 Σ^*-空间，即具有 σ-遗传闭包保持 $(mod\,k)$-网的空间，使得闭映射保持强 Σ^*-空间类。从强 Σ-空间和强 Σ^*-空间的定义很自然地引起下述问题。

问题 6.2 强 Σ^*-空间是否能表为强 Σ-空间在闭映射下的象空间？

强 Σ^*-空间类严格包含了强 Σ-空间类。怎样的强 Σ-空间恰好是强 Σ-空间？我们对此进行了讨论[36]，但是所得到的结果并不理想。

定理 6.3 拓扑空间 X 是强 Σ-空间当且仅当 X 是具有 σ-局部可数 $(mod\,k)$-网的强 Σ^*-空间。

定理 6.4 满足第一可数性公理的强 Σ^*-空间是强 Σ-空间。

A. Okuyama[35] 已经证明了 perfect 的强 Σ^*-空间是强 Σ-空间。将它与定理 6.4 对照，我们提出下列问题。

问题 6.5 具有点 G_δ-性质的强 Σ^*-空间是否是强 Σ-空间？

问题 6.6 若强 Σ^*-空间 X 的所有紧子集是有限集，那么 X 是否是 σ-闭离散空间？

7 结语

除了上几节提到的对基概念的一般化以外，还有其它类型的集族也是基概念的推广(如 π- 基，p- 基，p- 网等等)。这时也同样产生许多与本文目的相一致的课题。我们认为对于这些问题的研究至少说来对于广义度量空间的理论是有益的。另一方面，对于遗传闭包保持集族，我们也可以进行一般化。我们在文[37]对此进行了一些讨论。下述两个方向的推广或许成功的希望是很大的。一个方向是1975年Burke，Engelking 和 Lutzer[8] 定义的弱遗传闭包保持集族；另一个方向是 1986 年高国士[38] 定义的可数遗传闭包保持集族。

定义 7.1 拓扑空间 X 的子集族 $\mathscr{H}$ 称为 X 的弱遗传闭包保持集族，如果对于 $p(H) \in H \in \mathscr{H}$，$\{\{p(K)\}: H \in \mathscr{H}\}$ 是X的闭包保持集族。$\mathscr{H}$ 称为可数遗传闭包保持集族，如果 $\mathscr{H}$ 的任何可数子族是 X 的遗传闭包保持集族。

弱遗传闭包保持集族与可数遗传闭包保持集族是两个互不相关的概念。在一定的条件下，它们均可转化为遗传闭包保持集族。较为简单的条件是在 Fréchet 空间中，弱遗传闭包保持集族，可数遗传闭包保持集族都与遗传闭包保持集族相互等价[39]。如果集族再附加适当的性质，条件可以进一步地减弱。例如，文[8]和[40]得到了如下结果。

定理 7.2 对于拓扑空间 X，下列条件相互等价：

(1) X 是可度量化空间。

(2) X 是具有 σ- 弱遗传闭包保持基的 k- 空间。

(3) X 是具有 σ- 可数遗传闭包保持基且具有点 G_δ- 性质的空间。

美中不足之处在于定理 7.2 中的附加条件"k- 空间"和"具有点 G_δ- 性质的空间"都不可省去[8][40]。尽管如此，它还是诱发了许多与本文的宗旨相一致的问题。

问题 7.3 具有 σ- 弱遗传闭包保持基的空间是否具有点 G_δ- 性质？

问题 7.4 具有 σ- 弱遗传闭包保持伪基的空间是否具有 σ- 遗传闭包保持伪基？

参考文献

1 Alexandroff P. Sur les ensembles de lapremiére classe et les ensembles abstraits. C. R. Acad Paris, 1924; 178: 185—187

2 Dieudonné J. Une généralisation des espaces compacts. J Math Pures Appl; 1944; 23: 65—76

3 Stone A H. Paracompactness and product spaces. Bull AMS, 1948; 54: 977—982

4 Nagata J. On a necessary and sufficient condiction of metrizability. J Inst Polyt Osaka City Univ, 1950; 1: 93—100

5 Smirnov Ju. On metrization of topological spaces. Uspechi Mat Nauk, 1951; 6(6): 100—111

6 Lašnev N. Closed images of metric spaces. Dokl Akad Nauk SSSR, 1966; 170(3): 505—507

7 Michael E. Another note on paracompact spaces. Proc AMS, 1957; 8: 822—828

8 Durke D, Engelking R, Lutzer D. Hereditarily closurepreserving collections and metrization. Proc AMS, 1975; 51: 483—488

9 arhangel'skii A. An addition theorem for the weight of sets lying inbicompacta. Dokl Akad Nauk SSSR, 1959; 126: 239—241

10 Okuyama A. Some generalizations of metric spaces, their metrization theorems and product spaces. Sci Rep Tokyo Kyoiku Daigaku Sec A, 1967; 9: 236—254

11 Arhangel'skii A. Mappings and spaces. Russian Math surveys, 1966; 21(4): 115—162

12 Ceder J. Some generalizations of metric spaces. Pacific J Math, 1961; 11: 105—125
13 Siwiec F, Nagata J. A note on nets and metrization. Proc Japan Acad, 1968; 44: 623—627
14 Michael E. On Nagami's Σ-spaces and some related matters. Proc Washington State Univ Conf, 1969; 1—7
15 Lin Shou(林寿). (modk)-beses and paracompact p-spaces. Northeastern Matn. h J, to appear
16 Morita K. Products of normal spaces with metric spaces. Matn. h Ann, 1964; 154: 365—382
17 Nagata J. Generalized metric spaces I. In: Morita K, Nagata J. Topics in General Topoligy(North-Holland, Amsterdam, 1989)
18 林寿,关于M-空间的注记,. 苏州大学学报(自然科学版),待发表
19 Michael E. S. Hspaces. J Math, 1966; 15: 983—1002
20 林寿、$\aleph_0$-空间的一个特征,数学杂志,1989; 9: 179—180
21 Lin Shou(林寿). Astudy of pseudobases. Ques Answ Gen Top, 1988; 6: 81—97
22 O'Meara P. A new class of topological spaces. Univ Alberta Dissertation, 1966
23 Guthrie J. A characterization of spaces. Gen Top Appl, 1971; 1: 105—110
24 Guthrie J. Mapping spaces and cs)networks, Pacific J Math, 1973; 47: 465471
25 Foged L. Characterizations of spaces. Pacific J Math, 1984; 110: 59—63
26 Foged L. A characterization of closed images of metric spaces. Proc AMS, 1985; 95: 487—490
27 Gruenhage G, Michael E, Tanaka Y. Spaces determined by point-countable covers. Pacific J Math, 1984; 113: 303—332
28 Junnila H, Yun Ziiu(恽自求). $\aleph$- spaces and spaces with a σ-hereditarily closurepreservingknetwork. Proc Symposium Gen Top Appl(Oxford, 1989)
29 Lin Shou(林寿). Spaces having σ- hereditarily closurepreservingknetwork. to apper
30 Lin Shou(林寿). A survey of the theory of $\aleph$- spaces. Ques Answ Gen Top, 1990; 8(2), to apper
31 林寿,关于g-可度量空间,中日第二次一般拓扑学研讨会(大连,1989)
32 Siwiec F. On defining a space by a weak base. Pacific J Math, 1974; 52: 233245
33 Foged L. On g-metrizability. Pacific J Math, 1982; 98; 327—332
34 Nadami K. Σ spaces. Fund Math, 1969; 65; 169—192
35 Okuyama A. On a generalization of Σ-spaces. Pacific JMath, 1972; 42; 485—495
36 林寿,关于Σ^*-空间,待发表
37 林寿,关于遗传闭包保持集族,山西师大学报(自然科学版),1990; 4(1): 5—9
38 高国士,关于闭包保持和定理,数学学报,1986; 29; 58—62
39 Kanatani Y. Sasaki N, Nagata J. New characterizations of some generalaedmetric spaces. Math Japonica, 1985; 30; 805—820
40 Lin Shou(林寿). A note on metric theorem. to appear

SOME RESEARCH DIRECTIONS ON HEREDITARILY CLOSURE-PRESERVING COLLECTIONS

Lin Shou

Abstract. In this paper some author's research results are summariaed onhereditarily closure-preserving collections in recent years. It mainly discusses the uestion transforming hereditarily closure preserving collections into locally finite collections under a suitable additional condition.

Key words Hereditarily closure preserving collection Base Network.

山西师大学报(自然科学版)
第6卷 第2期 1992年
Journal of Shanxi Teacher's University
Natural Science Edition Vol. 6 No. 1 1992

均匀带电圆环的电势

宋福
(山西师大物理系)

摘 要 本文求解了均匀带电圆环的电势分布,并举例说明此电势分布公式的一些应用。

关键词 电势 带电圆环

1 引言

不少教材中都给出了均匀带电圆环轴线上任一点的电势公式[1]

$$u = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{R_0^2 + z^2}} \tag{1}$$

其中 q 为总电量,$\sqrt{R_0^2 + z^2}$ 为轴上场点到圆环上一点的距离。本文利用分离变量法求出均匀带电圆环在空间各点的电势公式,利用此公式和静电势叠加原理,求解了面电荷分布为 $\sigma = \sigma_0 \cos\theta$ 的带电球面的电势,不仅计算简便,而且物理图象更为清晰,在此基础上,利用类比的方法,进一步求出了均匀带电旋转导体球壳的磁场。

2 均匀带电圆环的电势分布

建立如图1所示的球座标系,圆环的对称轴与极轴重合。在此座标系中,由一式可知,轴上任一点 P(距离点为 r)的电势为

$$u = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr\cos a}} \tag{2}$$

除环上的点,空间任一点(坐标为 (r, θ, φ))的电势满足方程 $\nabla^2 u = 0$ 由问题的对称性,电势与 φ 无关,用分离变量法,可得

$$u = \sum_{l=0}^{\infty} A_l r^l P_l(\cos\theta) + \frac{B_l}{r^{l+1}} P_l(\cos\theta)$$

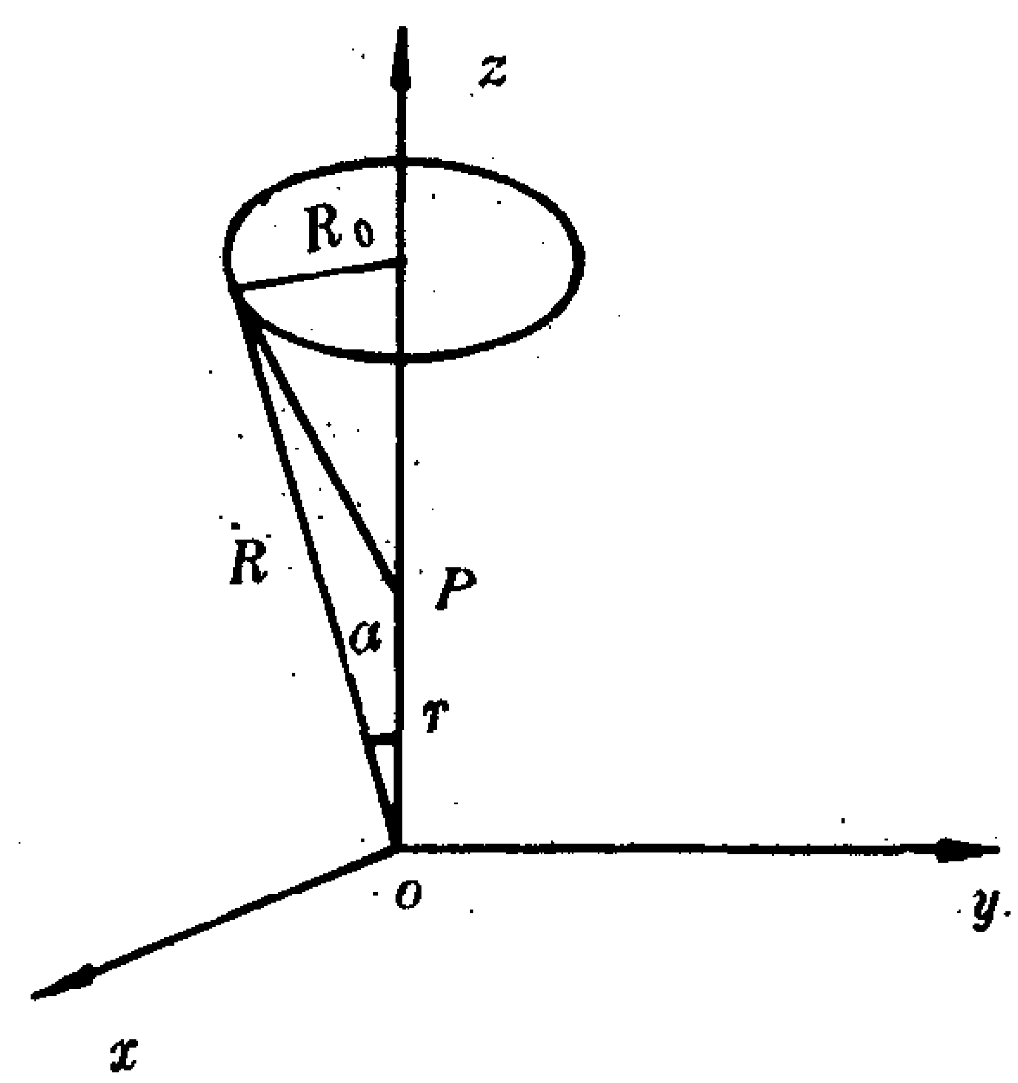

图1

由于 $r \to 0, u \to$ 有限;$r \to \infty, u \to 0$ 所以

$$\begin{cases} u_i = \sum_{l=0}^{\infty} A_l r^l P_l(\cos\theta) & (r < R) \\ u_e = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{B_l}{r^{l+1}} P_l(\cos\theta) & (r > R) \end{cases} \tag{3}$$